

تمارين مقترحة

3AS U05 - Exercice 015

المحتوى المعرفى : تطور حملة ميكانيكية .

تاريخ آخر تحدث : 2015/04/20

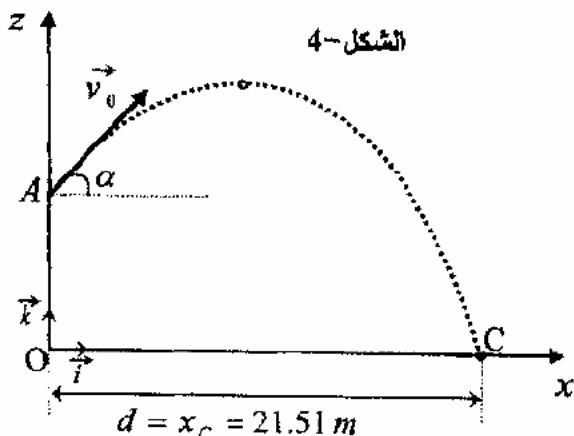
نص التمرين : (بكالوريا 2012 - علوم تجريبية) (**)

خلال منافسة رمي الجلة في الألعاب الأولمبية بكين ، حقق الرياضي الذي فاز بهذه المنافسة النتيجة $d = 21.51 \text{ m}$ اعتمادا على الفيلم المسجل لعملية الرمي و لأجل معرفة السرعة v_0 التي قذفت بها الجلة ، تم استخراج بعض المعلومات أثناه لحظة الرمي :

قذفت الجلة من النقطة A الواقعة على ارتفاع $m = 2.00 \text{ m}$ بالنسبة لسطح الأرض و بالسرعة \vec{v}_0 التي تصنع الزاوية $\alpha = 45^\circ$ مع الخط الأفقي (الشكل-4).

ندرس حركة الجلة في المعلم المتعامد و المتجانس $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ و نختار اللحظة الابتدائية $t = 0$ هي اللحظة التي يتم فيها قذف الجلة من النقطة A.

نهم احتكاكات الجلة مع الهواء و دافعة أر خميس بالنسبة لقوة تقل الجلة .



1- جد المعادلتين $x = f(t)$ و $z = h(t)$ المميزتين لحركة الجلة في المعلم المختار ، ثم استنتج معادلة مسار الجلة $z = g(x)$ بدلالة المقادير h_A ، α ، v_0 و g .

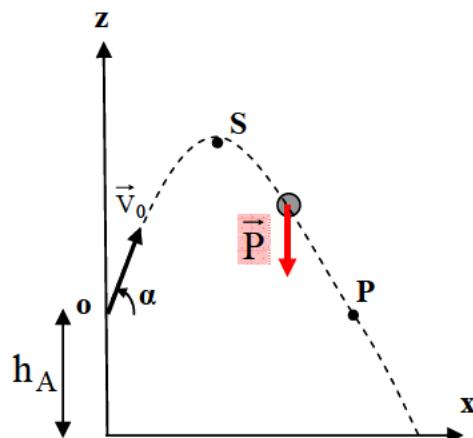
2- جد معادلة السرعة الابتدائية v_0 بدلالة h_A ، α ، g و d ، ثم احسب قيمتها .

3- جد المدة الزمنية التي تستغرقها الجلة في الهواء .

تعطى : $g = 9.8 \text{ m.s}^{-2}$

حل التمرين

1- المعادلتين $x(t)$ ، $z(t)$ و معادلة المسار :



- الجملة المدرّسة : كرة (S) .

- مرجع الدراسة : سطحي أرضي نعتبره غاليلي .

- القوى الخارجية المؤثرة : التقل \vec{P} .

- بتطبيق القانون الثاني لنيوتون :

$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m \vec{a}$$

$$\vec{P} = m \vec{a}$$

تحليل العلاقة الشعاعية وفق المحورين (ox) ، (oz) :

$$\begin{cases} 0 = m a_x \\ -P = m a_z \end{cases}$$

$$\begin{cases} 0 = m a_x \\ -m g = m a_z \end{cases}$$

$$\vec{a} \begin{cases} a_x = 0 \\ a_z = -g \end{cases}$$

- نكامل طرفيں عبارۃ التسارع بالنسبة للزمن فنجد :

$$\vec{v} \begin{cases} v_x = C_1 \\ v_z = -g t + C_2 \end{cases}$$

من الشروط الابتدائية :

$$t=0 \rightarrow \vec{v} \begin{cases} v_x = v_0 \cos \alpha \\ v_z = v_0 \sin \alpha \end{cases}$$

بالتعويض :

$$\begin{cases} v_0 \cos\alpha = C_1 \rightarrow C_1 = v_0 \cos\alpha \\ v_0 \sin\alpha = -g(0) + C_2 \rightarrow C_2 = v_0 \sin\alpha \end{cases}$$

ومنه يصبح :

$$\vec{v} \begin{cases} v_x = v_0 \cos\alpha \\ v_z = -gt + v_0 \sin\alpha \end{cases}$$

ن كامل طرفي عبارة السرعة بالنسبة للزمن فنجد :

$$\vec{r} \begin{cases} x = v_0 \cos\alpha t + C_1' \\ z = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 \sin\alpha t + C_2' \end{cases}$$

من الشروط الابتدائية :

$$t=0 \rightarrow \vec{r} \begin{cases} x=0 \\ z=h_A \end{cases}$$

بالتعويض :

$$\begin{cases} 0 = v_0 \cos\alpha(0) + C_1' \rightarrow C_1' = 0 \\ h_0 = -\frac{1}{2}g(0)^2 + v_0 \sin\alpha(0) + C_2' \rightarrow C_2' = h_A \end{cases}$$

يصبح :

$$\vec{r} \begin{cases} x = v_0 \cos\alpha t \\ z = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 \sin\alpha t + h_A \end{cases}$$

: $z(t)$ بالتعويض في $t = \frac{x}{v_0 \cos\alpha}$: $x = f(t)$ من المعادلة

$$z = -\frac{1}{2}g\left(\frac{x}{v_0 \cos\alpha}\right)^2 + v_0 \sin\alpha\left(\frac{x}{v_0 \cos\alpha}\right) + h_A$$

$$z = -\frac{g}{2v_0^2 \cos\alpha^2}x^2 + \tan\alpha x + h_A$$

2- عبارة السرعة الابتدائية بدلالة d ، g ، α ، h_A ، و حساب قيمتها :
لدينا :

$$x = d \rightarrow z = 0$$

بالتعويض في معادلة المسار نجد :

$$0 = -\frac{g}{2v_0^2 \cos\alpha^2}d^2 + \tan\alpha \cdot d + h_A$$

$$\frac{g}{2v_0^2 \cos\alpha^2}d^2 = \tan\alpha \cdot d + h_A$$

$$2v_0^2 \cos\alpha^2 (\tan\alpha \cdot d + h_A) = g \cdot d^2$$

$$2 v_0^2 \cos^2 \alpha = \frac{g \cdot d^2}{\tan \alpha \cdot d + h_A} \rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{g \cdot d^2}{2 \cos^2 \alpha (\tan \alpha \cdot d + h_A)}}$$

$$v_0 = \sqrt{\frac{9.8 \cdot (21.51)^2}{2 (\cos 45)^2 \cdot ((\tan 45 \times 21.5) + 2)}} = 13.89 \text{ m/s}$$

3- المدة الزمنية التي تستغرقها الجلة في الهواء :

$$t = t_C \rightarrow x = d$$

بالتعويض في المعادلة $x(t)$:

$$d = v_0 \cos \alpha t_C \rightarrow t_C = \frac{d}{v_0 \cos \alpha}$$

$$t_C = \frac{21.51}{13.89 \cdot \cos 45} = 2.2 \text{ s}$$