www.sites.google.com/site/faresfergani
Fares_Fergani@yahoo.Fr

تمارين مقترحة

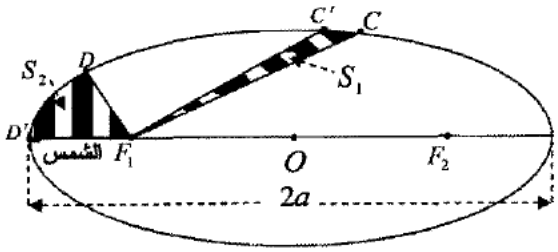
3AS U05 - Exercice 010

المحتوى المعرفي : تطور حملة ميكانيكية .

تاريخ آخر تحديث : 2015/04/20

نص التمرين : (بكالوريا 2010 – رياضيات) (**)

أ/ يكون مسار حركة مركز عطالة كوكب حول الشمس اهليليجيا كما يوضحه (الشكل-4) .



(الشكل-4)

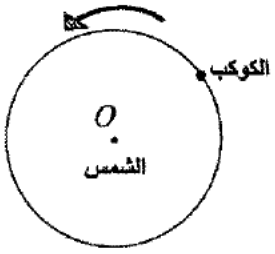
ينتقل الكوكب أثناء حركته على مداره من النقطة C إلى النقطة C' ثم من النقطة D إلى النقطة D' خلال نفس المدة الزمنية Δt .

1- اعتمادا على قانون كبلر الأول فسر وجود موقع الشمس في النقطة F_1 ، كيف نسمي عندئذ النقطتين F_1 ، F_2 ؟

2- حسب قانون كبلر الثاني ما هي العلاقة بين المساحتين S_1 و S_2 ؟

3- بين أن متوسط السرعة بين الموضعين C و C' أقل من متوسط السرعة بين الموضعين D و D' .

ب/ من أجل التبسيط ننمذج المسار الحقيقي لكوكب في المرجع الهيليومركزي بمدار دائري مركزه O (مركز الشمس) و نصف قطره r (الشكل-5) .

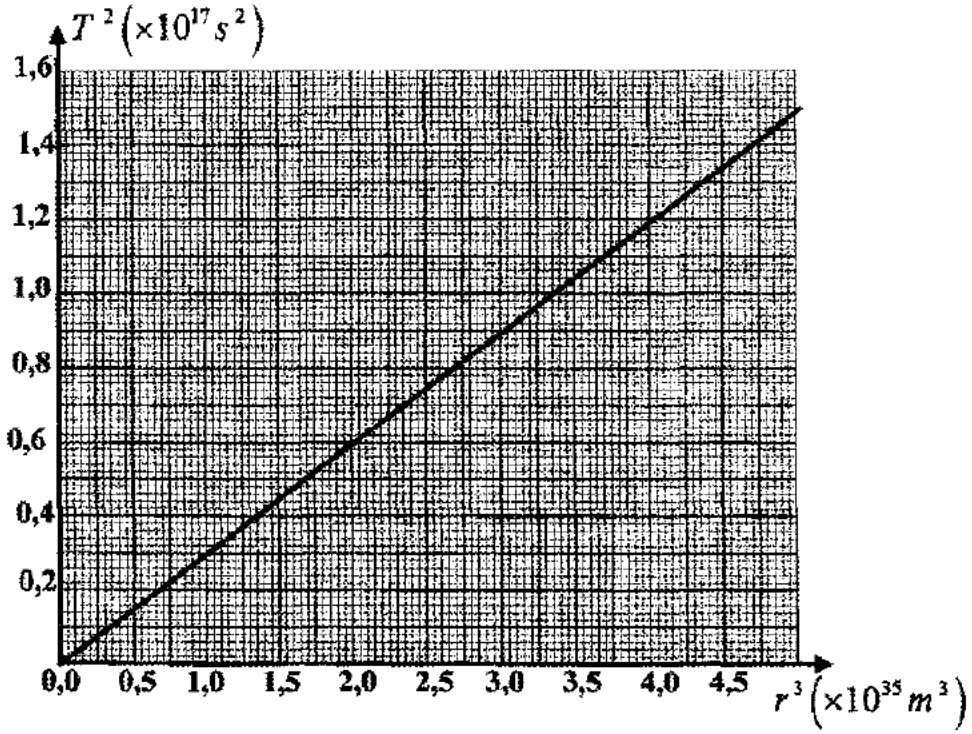


(الشكل-5)

يخضع كوكب أثناء حركته حول الشمس إلى تأثيرها و الذي ينمذج بقوة $\vec{F}$ ، قيمتها تعطى حسب قانون الجذب العام لنيوتن بالعلاقة :

$F = G\dfrac{mM}{r^2}$ ، حيث M كتلة الشمس ، m كتلة الكوكب و G ثابت التجاذب الكوني SI $G = 6.67 \cdot 10^{-11}$

باستعمال برمجية "satellite" في جهاز الإعلام الآلي تم رسم البيان $T^2 = f(r^3)$ (الشكل-6) . حيث T دور الحركة



(الشكل-6)

1/ أذكر نص قانون كبلر الثالث .

2/ بتطبيق القانون الثاني لنيوتن على الكوكب و باهمال تأثيرات الكواكب الأخرى ، أوجد عبارة كل من v سرعة الكوكب ، و دور حركته T بدلالة r ، G ، M .

3/ أوجد بيانيا العلاقة بين T^2 و r^3 .

4/ أوجد العلاقة النظرية بين T^2 و r^3 .

5/ بتوظيف العلاقتين الأخيرتين استنتج قيمة كتلة الشمس M .

حل التمرين

أ/ 1- تفسير وجود الشمس في النقطة F_1 :

- وجود الشمس في النقطة F_1 يفسر بمسار الكوكب الإهليليجي و الذي تمثل الشمس أحد محرقيه .
- تسمى النقطتين F_1 ، F_2 محرقا المدار الإهليليجي .

2- العلاقة بين متوسط المساحتين S_1 ، S_2 :

حسب قانون كبلر الثاني يكون : $S_1 = S_2$

3- إثبات أن متوسط السرعة بين الموضعين C ، C' أقل من متوسط السرعة بين D ، D' .

- من (الشكل-4) المعطى :

$$\overset{\frown}{C'C} < \overset{\frown}{D'D}$$

و كون أن الكوكب يقطع المسافتين C'C ، D'D في نفس المدة الزمنية يكون بقسمة الطرفين على الزمن :

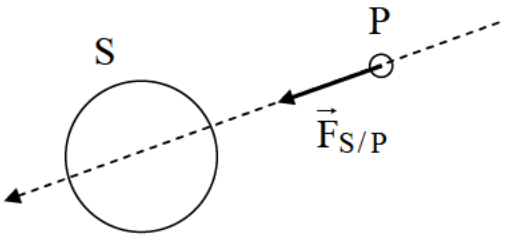
$$v_{(C'C)} < v_{(D'D)}$$

ب/ 1- قانون كبلر الثالث :

ينص على ما يلي : " مربع دور الكوكب يتناسب طرديا مع مكعب البعد المتوسط للكوكب عن الشمس "

2- عبارة السرعة v و الدور T بدلالة r ، G ، M :

- الجملة المدروسة : كوكب (P) .
- مرجع الدراسة : هيليو مركزي .
- القوى الخارجية المؤثرة : القوة $\vec{F}_{S/P}$ الناتجة عن جذب الشمس للكوكب



- بتطبيق قانون نيوتن الثاني :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\,\vec{a}$$

$$\sum \vec{F}_{S/P} = m\,\vec{a} \quad \text{..... (1)}$$

- بتحليل العلاقة الشعاعية وفق المحور الناظمي :

$$F_{S/P} = m\,a_n$$

$$G\frac{M.m}{r^2} = m\frac{v^2}{r} \quad \rightarrow \quad v^2 = \frac{GM}{r}$$

- لدينا : $T = \frac{2\pi r}{v}$ و منه :

$$T^2 = \frac{4\pi^2 r^2}{v^2} = \frac{4\pi^2 r^2}{\frac{GM}{r}} = \frac{4\pi^2 r^3}{GM} \quad \rightarrow \quad T = \sqrt{\frac{4\pi^2 r^3}{GM}}$$

3- العلاقة بين T^2 و r^3 بيانيا :

البيان $T^2 = f(r^3)$ عبارة عن مستقيم يمر من المبدأ لذا يكون :

$$T^2 = \alpha\, r^3$$

حيث α ميل هذا المستقيم .

4- العلاقة النظرية بين T^2 و r^3 :

من عبارة الدور السابقة يمكن كتابة :

$$T^2 = \frac{4\pi^2}{GM} r^3$$

5- كتلة الشمس :

- بمطابقة مع العلاقتين البيانية و النظرية :

$$\frac{4\pi^2}{GM} = \alpha \rightarrow M = \frac{4\pi^2}{G\alpha}$$

من البيان :

$$\alpha = \frac{0.6\ .10^{17}}{2.10^{35}} = 3.10^{-19}$$

و منه :

$$M = \frac{4\pi^2}{6.67.\ 10^{-11}.3.10^{-19}} = 1.97.10^{30}\ Kg$$