تمارين مقترحة

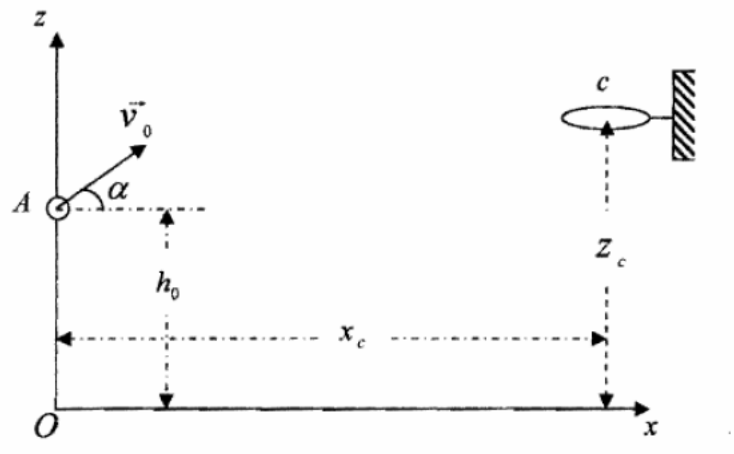
www.sites.google.com/site/faresfergani
Fares_Fergani@yahoo.Fr

3AS U05 - Exercice 008 المحتوى المعرفي : تطور جملة ميكانيكية .

تاريخ آخر تحديث : 2015/04/20

نص التمرين : (بكالوريا 2009 – رياضيات) (**)

قام لاعب في مقابلة لكرة السلة ، بتسديد الكرة نحو السلة من نقطة A منطبقة على مركز الكرة الموجود على ارتفاع $h_0 = 2.10$ m من سطح الأرض بسرعة ابتدائية ($V_0 = 8$ m.s^{-1}) يصنع حاملها زاوية $\alpha = 37°$ مع الأفق ، ليمر مركز الكرة G بمركز السلة الذي إحداثياه : ($x_c = 4.50$ m , z_c) في المعلم الأرضي $(\vec{ox}, \vec{oz})$ الذي نعتبره غاليليا



1/ أدرس حركة مركز عطالة الكرة في المعلم $(\vec{ox}, \vec{oz})$ معتبرا مبدأ الأزمنة لحظة تسديد الكرة و إهمال تأثير الهواء .

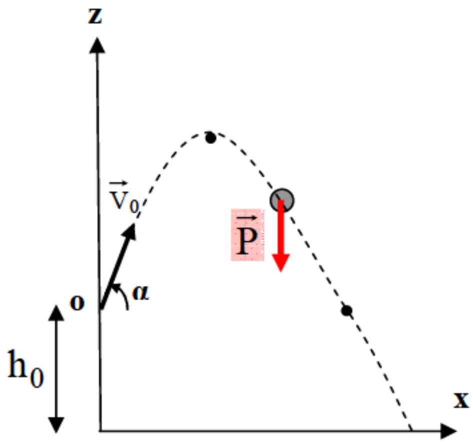
2/ أحسب (z_c) .

3/ يعبر مركز عطالة الكرة مركز السلة بسرعة ($\vec{v}_c$) ، التي يصنع حاملها مع الأفق زاوية (β) . استنتج قيمتي كل من (v_c) و (β) .

تعطى : ($g = 9.80$ m.s^{-2}) .

حل التمرين

1- دراسة حركة الكرة :



- الجملة المدروسة : كرة (S) .
- مرجع الدراسة : سطحي أرضي نعتبره غاليلي .
- القوى الخارجية المؤثرة : الثقل $\vec{P}$.
- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\,\vec{a}$$
$$\vec{P} = m\,\vec{a}$$

بتحليل العلاقة الشعاعية وفق المحورين (ox) ، (oz) :

$$\begin{cases} 0 = m\,a_x \\ -P = m\,a_z \end{cases}$$
$$\begin{cases} 0 = m\,a_x \\ -m\,g = m\,a_z \end{cases}$$
$$\vec{a} \begin{cases} a_x = 0 \\ a_z = -g \end{cases}$$

إذن :
- مسقط حركة الكرة على المحور ox هي حركة مستقيمة منتظمة .
- مسقط حركة الكرة على المحور oz هي حركة مستقيمة متغيرة بانتظام .
- نكامل طرفين عبارة التسارع بالنسبة للزمن فنجد :

$$\vec{v} \begin{cases} v_x = C_1 \\ v_z = -g\,t + C_2 \end{cases}$$

من الشروط الابتدائية :

$$t=0 \rightarrow \vec{v} \begin{cases} v_x = v_0 \cos\alpha \\ v_z = v_0 \sin\alpha \end{cases}$$

بالتعويض :

$$\begin{cases} v_0 \cos\alpha = C_1 \rightarrow C_1 = v_0 \cos\alpha \\ v_0 \sin\alpha = -g(0) + C_2 \rightarrow C_2 = v_0 \sin\alpha \end{cases}$$

ومنه يصبح :

$$\vec{v} \begin{cases} v_x = v_0 \cos\alpha \\ v_z = -g\,t + v_0 \sin\alpha \end{cases}$$

نكامل طرفي عبارة السرعة بالنسبة للزمن فنجد :

$$\vec{r} \begin{cases} x = v_0 \cos\alpha\, t + C_1' \\ z = -\frac{1}{2} g\, t^2 + v_0 \sin\alpha\, t + C_2' \end{cases}$$

من الشروط الابتدائية :

$$t=0 \rightarrow \vec{r} \begin{cases} x = 0 \\ z = h_0 \end{cases}$$

بالتعويض :

$$\begin{cases} 0 = v_0 \cos\alpha\,(0) + C_1' \rightarrow C_1' = 0 \\ h_0 = -\frac{1}{2} g\,(0)^2 + v_0 \sin\alpha(0) + C_2' \rightarrow C_2' = h_0 \end{cases}$$

يصبح :

$$\vec{r} \begin{cases} x = v_0 \cos\alpha\, t \\ z = -\frac{1}{2} g\, t^2 + v_0 \sin\alpha\, t + h_0 \end{cases}$$

من المعادلة $x = f(t)$: $t = \frac{x}{v_0 \cos\alpha}$ بالتعويض في $z(t)$:

$$z = -\frac{1}{2} g \left(\frac{x}{v_0 \cos\alpha}\right)^2 + v_0 \sin\alpha \left(\frac{x}{v_0 \cos\alpha}\right) + h_0$$

$$z = -\frac{g}{2 v_0^2 \cos\alpha^2} x^2 + \tan\alpha\, x + h_0$$

<u>2- قيمة z_C :</u>

لدينا $x_C = 4.5\ m$ بالتعويض في معادلة المسار نجد :

$$z_C = -\frac{g}{2 v_0^2 \cos\alpha^2} x_C^2 + \tan\alpha\, x_C + h_0$$

$$z_C = -\frac{9.8}{2\,.\,(8)^2\,(\cos 37°)^2}(4.5)^2 + (\tan 37°)(4.5) + 2.1 = 3\ \text{m}$$

3- قيمة v_C ، β :

● نبحث عن لحظة بلوغ النقطة C من طرف الكرة و لتكن t_C .

لدينا : $x_C = 4.5$ m بالتعويض في $x(t)$:

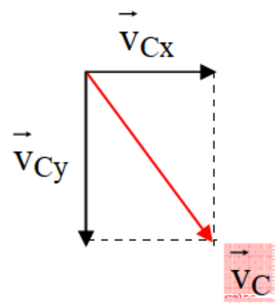
$$x_C = v_0 \cos\alpha\, t_C \;\rightarrow\; t_C = \frac{x_C}{v_0 \cos\alpha}$$

$$t_C = \frac{4.5}{8\,.\,(\cos 37°)} = 0.70\ \text{s}$$

بالتعويض في عبارة v نجد :

$$\vec{v}_C \begin{cases} v_{xC} = 8\,.\cos 37° = 6.40\ \text{m/s} \\ v_{zC} = -9.8\,(0.70) + 8\sin 37° = -2.04\ \text{m/s} \end{cases}$$

$$v_C = \left\|\overrightarrow{v_C}\right\| = \sqrt{(6.40)^2 + (2.04)^2} = 6.7\ \text{m/s}$$



● $\tan\alpha = \dfrac{|v_{Cz}|}{v_{Vx}} = \dfrac{2.04}{6.40} = 0.32 \;\rightarrow\; \beta = 18°$