www.sites.google.com/site/faresfergani
Fares_Fergani@yahoo.Fr

تمارين مقترحة

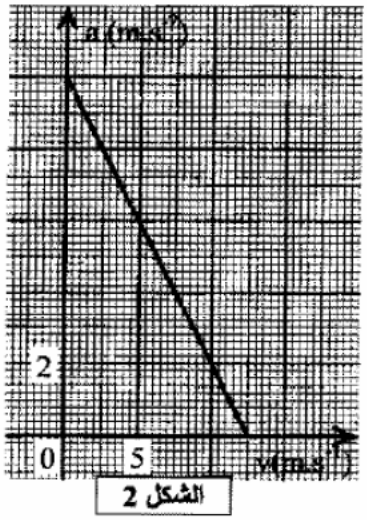
3AS U05 - Exercice 006

المحتوى المعرفي : تطور حملة ميكانيكية .

تاريخ آخر تحديث : 2015/04/20

نص التمرين : (بكالوريا 2009 – علوم تجريبية) (**)

يسقط مظلي كتلته مع تجهيزه $m = 100\ kg$ سقوطا شاقوليا بدءا من نقطة O بالنسبة لمعلم أرضي دون سرعة ابتدائية .
يخضع أثناء سقوطه إلى قوة مقاومة الهواء عبارتها من الشكل $f = k\ v$ (تهمل دافعة أرخميدس) .
يمثل البيان الشكل-2- تغيرات (a) تسارع مركز عطالة المظلي بدلالة السرعة (v)



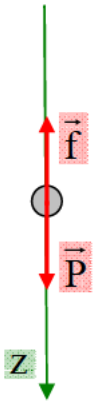
الشكل 2

1- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن ، بين أن المعادلة التفاضلية لحركة المظلي من الشكل : $\frac{dv}{dt} = A\ v + B$. حيث أن A ، B ثابتان يطلب تعيين عبارتيهما .
2- عين بيانيا قيمتي :
- شدة مجال الجاذبية الأرضية (g) ، السرعة الحدية للمظلي (v_ℓ) .
3- تتميز الحركة السابقة بقيمة المقدار ($\frac{k}{m}$) ، حدد وحدة هذا المقدار . و أحسب قيمته من البيان .
4- أحسب قيمة k .
5- مثل كيفيا تغيرات سرعة المظلي بدلالة الزمن في المجال الزمني $0 \leq t \leq 7\ s$

حل التمرين

1- المعادلة التفاضلية :

- الجملة المدروسة : مظلي مع تجهيزه
- مرجع الدراسة : سطحي أرضي نعتبره غاليلي .
- القوى الخارجية المؤثرة : الثقل $\vec{P}$ ، قوة الاحتكاك $\vec{f}$.
- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن :



$$\sum \vec{F}_{ext} = m\,\vec{a}_G$$
$$\vec{P} + \vec{f} = m\,\vec{a}_G$$

بتحليل العلاقة الشعاعية وفق المحور (oz) يكون :

$$P - f = m\,a_G$$
$$m\,g - k\,v = m\frac{dv}{dt}$$
$$m\frac{dv}{dt} = -k\,v + m\,g$$
$$\frac{dv}{dt} = -\frac{k}{m}v + g \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

هي من الشكل : $\frac{dv}{dt} = A\,v + B$ حيث : $A = -\frac{k}{m}$ ، $B = g$.

2- قيمتي (g) ، (v_ℓ) :

- المنحنى $a = f(t)$ عبارة عن مستقيم معادلته من الشكل :

$$a = \alpha\,v + \gamma \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

حيث α ميل هذا المنحنى (المستقيم) ، γ نقطة تقاطع المنحنى (المستقيم) مع محور التراتيب .

- بمطابقة عبارة البيان (2) مع المعادلة التفاضلية (1) نجد :

$$g = \gamma$$

من البيان :

$$\gamma = 10 \;\rightarrow\; g = 10 \;\; m/s^2$$

- عند بلوغ السرعة الحدية يكون : $v = v_\ell$ ، $\frac{dv}{dt} = 0$ بالتعويض في المعادلة (2) نجد :

$$0 = \alpha\,v_\ell + \gamma \;\rightarrow\; v_\ell = -\frac{\gamma}{\alpha}$$

من البيان :

$$\alpha = \frac{2-10}{10-0} = -0.8 \quad \rightarrow \quad v_\ell = -\frac{10}{(-0.8)} = 1.25\ m/s$$

3- وحدة المقدار $\frac{k}{m}$:

- عند بلوغ السرعة الحدية يكون : $v = v_\ell$ ، $\frac{dv}{dt} = 0$ بالتعويض في المعادلة التفاضلية نجد :

$$0 = -\frac{k}{m} v_\ell + g$$

$$\frac{k}{m} v_\ell = g \rightarrow \frac{k}{m} = \frac{g}{v_\ell}$$

$$[\frac{k}{m}] = \frac{[g]}{[v_\ell]} = \frac{\frac{m}{s^2}}{\frac{m}{s}} = \frac{m}{s^2} \cdot \frac{s}{m} = s^{-1}$$

4- قيمة K :

بمطابقة عبارة البيان (2) مع المعادلة التفاضلية نجد أيضا :

$$-\frac{k}{m} = \alpha \rightarrow k = -m\alpha$$

$$k = -(100)(-0.8) = 80\ N.s/m$$

5- تمثيل v بدلالة t في المجال $0 \leq t \leq 7\ s$: