

www.sites.google.com/site/faresfergani
Fares_Fergani@yahoo.Fr

تمارين مقترحة

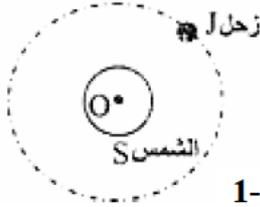
3AS U05 - Exercice 002

المحتوى المعرفي : تطور حملة ميكانيكية .

تاريخ آخر تحديث : 2015/04/20

نص التمرين : (بكالوريا 2008 – رياضيات) (*)

المعطيات :



الشكل-1

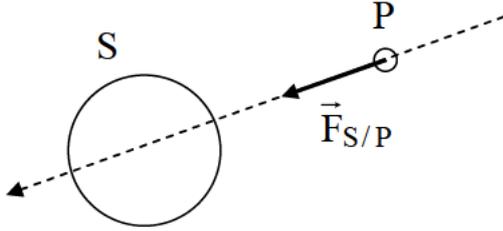
كتلة الشمس	$M_T = 2.0 \cdot 10^{30} \text{ kg}$
نصف قطر مسار زحل	$r = 7.8 \cdot 10^8 \text{ km}$
ثابت الجذب العام	$G = 6.67 \cdot 10^{-11} \text{ SI}$

يدور كوكب زحل حول الشمس على مسار دائري مركزه ينطبق على مكر العطالة (O) للشمس ، بحركة منتظمة (الشكل-1) .

- 1- مثل القوة التي تطبقها الشمس على كوكب زحل ثم أعط عبارة قيمتها .
- 2- ندرس حركة كوكب زحل في المرجع المركزي الشمسي (الهيليومركزي) الذي نعتبره غاليليا .
 - أ- عرف المرجع المركزي الشمسي .
 - ب- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن ، أوجد عبارة التسارع (a) لحركة مركز عطالة كوكب زحل .
 - ج- أوجد العبارة الحرفية للسرعة (v) للكوكب في المرجع المختار بدلالة ثابت الجذب العام (G) و كتلة الشمس (M_S) و نصف قطر المدار (r) ، ثم أحسب قيمتها .
- 3- أوجد عبارة الدور (T) لكوكب زحل حول الشمس بدلالة نصف قطر المدار (r) و السرعة (v) ، ثم أحسب قيمته
- 4- استنتج عبارة القانون الثالث " لكبلر " و أذكر نصه .

حل التمرين

1- تمثيل القوة التي تطبقها الشمس على الكوكب :



$$F_{T/S} = G \frac{m M_T}{r^2}$$

2- أ- تعريف المرجع المركزي الشمسي على الكوكب :

هو مرجع مرتبط بالشمس مبدأ معلمه منطبق على مركز الشمس و محاروه الثلاث متجهة نحو ثلاث نجوم ثابتة بالنسبة لمركز الشمس .

ب- عبارة التسارع :

- الجملة المدروسة : الكوكب (P) .

- مرجع الدراسة : هيليو مركزي (مركزي شمسي) .

- القوة الخارجية المؤثرة : $\vec{F}_{S/P}$.

- بتطبيق القانون الثاني لنيوتن :

$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m \vec{a}_G$$

$$\vec{F}_{S/P} = m \vec{a}_G$$

بتحليل العلاقة الشعاعية وفق المحور الناظمي (OX) يشمل مركزي الكوكب و الشمس و متجه نحو مركز الشمس نجد :

$$F_{S/P} = m a_G$$

$$\frac{G \cdot m \cdot M_S}{r^2} = m a_G \rightarrow a_G = \frac{G \cdot M_S}{r^2}$$

ج- عبارة v :

كون أن حركة الكوكب دائرية منتظمة يكون $a_G = a_n = \frac{v^2}{r}$ ومنه يمكن كتابة :

$$\frac{G \cdot M_S}{r^2} = \frac{v^2}{r} \rightarrow v = \sqrt{\frac{G \cdot M_S}{r}}$$

$$v = \sqrt{\frac{6.67 \cdot 10^{-11} \cdot 2 \cdot 10^{30}}{7.8 \cdot 10^8 \cdot 10^3}} = 1.3 \cdot 10^4 \text{ m/s}$$

3- عبارة الدور بدلالة r ، v و حساب قيمته :

$$T = \frac{2\pi r}{v}$$

$$T = \frac{2\pi \cdot 7.8 \cdot 10^8 \cdot 10^3}{1.3 \cdot 10^4} = 3.768 \cdot 10^8 \text{ s}$$

4- استنتاج قانون كبلر الثالث :

لدينا من جهة :

$$T = \frac{2\pi r}{v} \rightarrow v = \frac{2\pi r}{T} \rightarrow v^2 = \frac{4\pi^2 r^2}{T^2}$$

و من جهة أخرى :

$$v = \sqrt{\frac{G \cdot M_S}{r}} \rightarrow v^2 = \frac{G \cdot M_S}{r^2}$$

إذن يمكن كتابة ما يلي :

$$\frac{4\pi^2 r^2}{T^2} = \frac{G \cdot M_S}{r^2}$$

$$T^2 \cdot G \cdot M_S = 4\pi^2 r^3 \rightarrow \frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{G \cdot M_S}$$

π ، G ، M_T ثوابت ، و منه تكون النسبة $\frac{T^2}{r^3}$ ثابتة بالنسبة لكل الأقمار الاصطناعية ، هذا يعني أن مربع الدور لكوكب يتناسب طرديا مع مكعب البعد المتوسط بين مركز الكوكب و الشمس و هو نص القانون الثالث لكبلر .