www.sites.google.com/site/faresfergani
Fares_Fergani@yahoo.Fr

تمارين مقترحة

3AS U05 - Exercice 001

المحتوى المعرفي : تطور حملة ميكانيكية .

تاريخ آخر تحديث : 2015/04/20

نص التمرين : (بكالوريا 2008 – رياضيات) (*)

يدور قمر اصطناعي كتلته (m) حول الأرض بحركة منتظمة ، فيرسم مسارا دائريا نصف قطره (r) و مركزه هو نفسه مركز الأرض .

1- مثل قوة جذب الأرض للقمر الاصطناعي و اكتب عبارة قيمتها بدلالة M_T ، m ، G ، r حيث :
M_T كتلة الأرض ، m كتلة القمر الاصطناعي ، G ثابت الجذب العام ، r نصف قطر المسار (البعد بين مركزي الأرض و القمر الاصطناعي) .

2- باستعمال التحليل البعدي أوجد وحدة ثابت الجذب العام (G) في الجملة الدولية (SI) .

3- بين أن عبارة السرعة الخطية (v) للقمر الاصطناعي في المرجع المركزي الأرضي تعطى بـ : $v = \sqrt{\frac{G \cdot M_T}{r}}$

4- أكتب عبارة (v) بدلالة r و T حيث T دور القمر الاصطناعي .

5- أكتب عبارة دور القمر الاصطناعي حول الأرض بدلالة M_T ، G ، r .

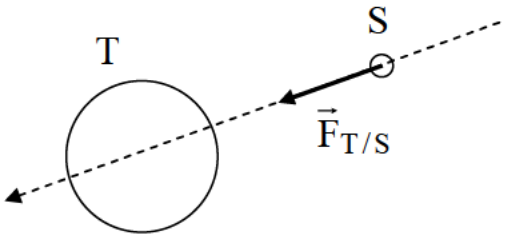
6- أ) بين أن النسبة $(\frac{T^2}{r^3})$ ثابتة لأي قمر يدور حول الأرض ، ثم احسب قيمتها العددية في المعلم المركزي الأرضي مقدرة بوحدة الجملة الدولية (SI) .

ب) إذا كان نصف قطر مسار قمر اصطناعي يدور حول الأرض $r = 2.66 \cdot 10^4$ km ، أحسب دور حركته .

يعطى : ثابت الجذب العام : $G = 6.67 \cdot 10^{-11}$ SI ، $\pi^2 = 10$ ، كتلة الأرض : $M_T = 5.97 \cdot 10^{24}$ kg .

حل التمرين

1- تمثيل قوة جذب الأرض للقمر الاصطناعي و كتابة قيمتها بدلالة M_T ، m ، G ، r :



$$F_{T/S} = G\frac{m\,M_T}{r^2}$$

2- وحدة G :

من عبارة قوة جذب الأرض للقمر الإصطناعي يمكن كتابة :

$$G = \frac{F.r^2}{m.M_T}$$

$$[G] = \frac{[F].[r]^2}{[m].[M_T]}$$

حسب القانون الثاني لنيوتن نجد :

$$F = m\,a \rightarrow [F] = [m][a]$$

بالتعويض :

$$[G] = \frac{[m][a].[r]^2}{[m].[M_T]} \rightarrow [G] = \frac{[a].[r]^2}{[M_T]}$$

$$[G] = \frac{\frac{m}{s^2}.m^2}{kg} \rightarrow [G] = m^3/s^2.kg$$

3- عبارة v :

لدينا سابقا :

$$F_{T/S} = G\frac{m.M_T}{r^2}$$

- حسب القانون الثاني لنيوتن :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\,\vec{a}_G$$

$$\vec{F}_{T/S} = m\,\vec{a}_G$$

- بتحليل العلاقة الشعاعية وفق محور (ox) يشمل مركزي الأرض و القمر الاصطناعي و متجه نحو مركز الأرض يكون :

$$F_{T/S} = m\,a_G$$

بما أن حركة القمر الاصطناعي دائرية منتظمة يكون $a_G = a_n = \frac{v^2}{r}$ ومنه :

$$F_{T/S} = m\frac{v^2}{r}$$

$$\frac{G.m.M_T}{r^2} = m\frac{v^2}{r}$$

$$\frac{GM_T}{r} = m\,v^2 \rightarrow v = \sqrt{\frac{G.M_T}{r}}$$

4- عبارة v بدلالة r ، T :

$$T = \frac{2\pi r}{v} \rightarrow v = \frac{2\pi r}{T}$$

5- كتابة عبارة الدور بدلالة M_T ، G ، r :

لدينا سابقا :

- $v = \sqrt{\frac{G.M_T}{r}} \rightarrow v^2 = \frac{G.M_T}{r}$
- $v = \frac{2\pi r}{T} \rightarrow v^2 = \frac{4\pi^2 r^2}{T^2}$

ومنه :

$$\frac{G.M_T}{r} = \frac{4\pi^2.r^2}{T^2}$$

$$T^2.G.M_T = 4\pi^2\,r^3 \rightarrow T = \sqrt{\frac{4\pi^2\,r^3}{G.M_T}}$$

6- أ- إثبات أن $\frac{T^2}{r^3}$ ثابتة :

مما سبق وجدنا :

$$T^2.G.M_T = 4\pi^2\,r^3$$

ومنه يمكن كتابة :

$$\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{G.M_T}$$

π ، G ، M_T ثوابت ، و منه تكون النسبة $\frac{T^2}{r^3}$ ثابتة بالنسبة لكل الأقمار الاصطناعية .

ب- دور حركة القمر الاصطناعي :

$$T = \sqrt{\frac{4\pi^2\,r^3}{G.M_T}} \rightarrow T = \sqrt{\frac{4\pi^2(2.66.10^4.10^3)^3}{6.67.10^{-11}.5.97.10^{24}}} = 4.348.10^4\ s$$