www.sites.google.com/site/faresfergani
Fares_Fergani@yahoo.Fr

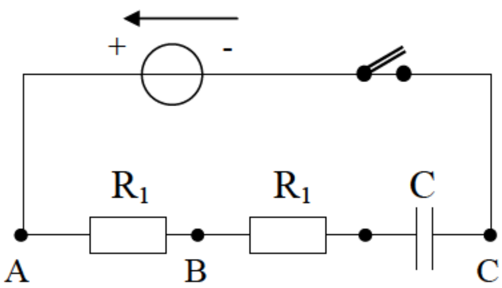
تمارين مقترحة

3AS U03 - Exercice 035

المحتوى المعرفي : دراسة ظواهر كهربائية .

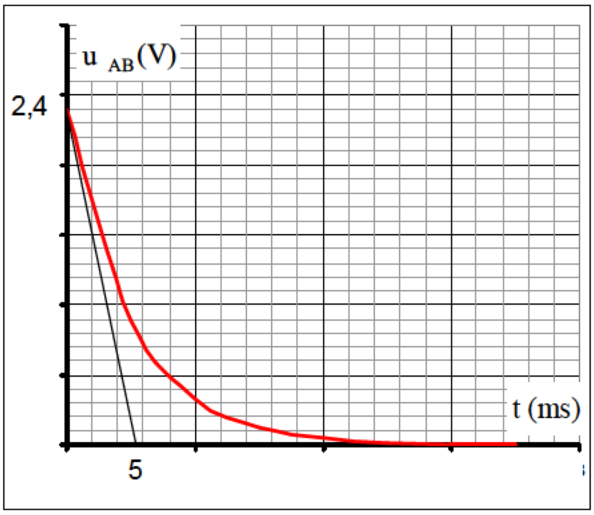
تاريخ آخر تحديث : 2015/04/20

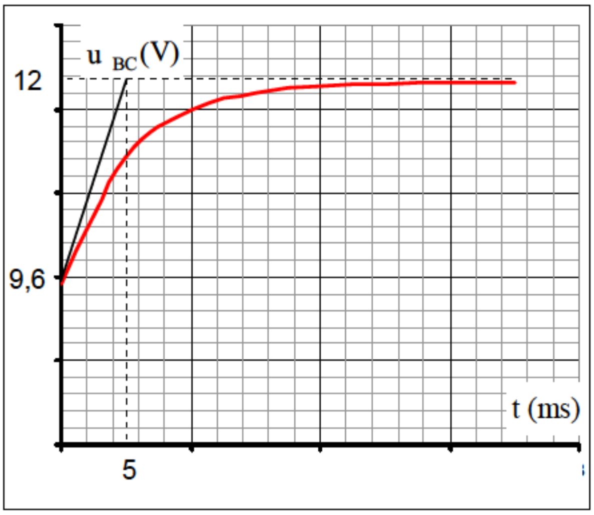
نص التمرين : (***)



بواسطة مولد توتر ثابت قوته المحركة الكهربائية E ، ناقلين أوميين مقاومة الأول R_1 و مقاومة الثاني R_2 مجهولة ، مكثفة فارغة سعتها C ، قاطعة K نحقق الدارة المبينة في الشكل التالي ثم نغلق القاطعة عند اللحظة $t = 0$.

الدراسة التجريبية لتطور التوتر u_{AB} بين طرفي الناقل الأومي R_1 من جهة و التوتر u_{BC} بين طرفي الناقل الأومي R_2 و المكثفة معا من جهة أخرى ، و بالاعتماد على راسم الاهتزاز المهبطي و برمجيات خاصة أعطت البيانين $u_{AB} = f(t)$ ، $u_{BC} = g(t)$ المقابلين :





1- بين على الدارة السابقة كيفية وصل راسم الاهتزاز المهبطي بالدارة حتى نحصل على البيانين السابقين .

2- أكتب المعادلة التفاضلية بدلالة $q = f(t)$ حيث q شحنة المكثفة .

3- حل هذه المعادلة التفاضلية من الشكل $q = A(1 - e^{-t/B})$ ، عين A و B ، ماذا يمثل B و ما هو مدلوه الفيزيائي .

4- أكتب بدلالة E ، R_1 ، R_2 ، C العبارات اللحظية لكل من :

- شدة التيار المار في الدارة .
- التوتر u_{AB} بين طرفي الناقل الأومي R_1 .
- التوتر u_{BC} بين طرفي الناقل الأومي R_2 و المكثفة معا .

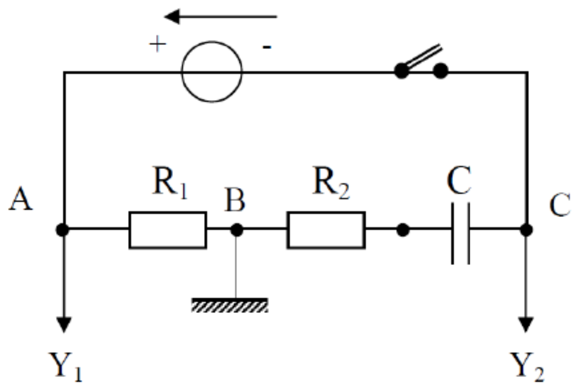
ثم عبر عن u_{AB} ، u_{BC} عند اللحظة $t = 0$ و اللحظة $t = \infty$ (النظام الدائم) .

5- أكتب بدلالة E ، R_1 ، R_2 ، C لحظة تقاطع مماس البيان $u_{BC} = f(t)$ عند اللحظة $t = 0$ مع محور المستقيم المقابر $u_{BC} = E$.

6- إذا علمت أن شدة التيار الأعظمية المارة في الدارة هي $I_0 = 048A$ أوجد : E ، R_1 ، ، R_2 ، C .

حل التمرين

<u>1- كيفية و صل راسم الاهتزاز المهبطي بالدارة :</u>



<u>2- المعادلة التفاضلية بدلالة q :</u>

حسب قانون جمع التوترات :

$$u_{AC} = u_{AB} + u_{BC}$$

$$E = R_1\, i + R_2\, i + \frac{q}{C}$$

$$E = (R_1 + R_2)\, i + \frac{q}{C}$$

$$E = (R_1 + R_2)\frac{dq}{dt} + \frac{q}{C}$$

$$\frac{dq}{dt} + \frac{1}{(R_1 + R_2)C} q = \frac{E}{(R_1 + R_2)}$$

<u>3- عبارة A و B :</u>

- $q = A\,(1 - e^{-t/B})$
- $\frac{dq}{dt} = A\,(0 - (-\frac{1}{B}e^{-t/B})) \rightarrow \frac{dq}{dt} = \frac{A}{B}e^{-t/B}$

بالتعويض في المعادلة التفاضلية :

$$\frac{A}{B}e^{-t/B} + \frac{A}{(R_1 + R_2)C}(1 - e^{-t/B}) = \frac{E}{(R_1 + R_2)}$$

$$\frac{A}{B}e^{-t/B} + \frac{A}{(R_1 + R_2)C} - \frac{A}{(R_1 + R_2)C}e^{-t/B} = \frac{E}{(R_1 + R_2)}$$

الحل المعطى هو حل للمعادلة التفاضلية و لتحقق المساواة يجب أن يكون :

- $\frac{A}{(R_1+R_2)C} = \frac{E}{(R_1+R_2)} \rightarrow A = EC$
- $\frac{A}{B} = \frac{A}{(R_1+R_2)C} \rightarrow B = (R_1+R_2)C$

- يمثل B ثابت الزمن τ و المدلول الفيزيائي لهذا الثابت هو أنه يمثل الزمن اللازم لشحن المكثفة بنسبة 63% .

4- العبارات اللحظية :

• شدة التيار $i(t)$:

مما سبق $q = A\,(1 - e^{-t/B})$ و حيث أننا وجدنا $A = EC$ ، $B = (R_1 + R_2)C$ يمكن كتابة :

$$q = EC\,(1 - e^{-\frac{t}{(R_1+R_2)}})$$

و حيث أن : $i = \frac{dq}{dt}$ يكون :

$$i = EC\,(0 - (-\frac{1}{(R_1+R_2)C} e^{-\frac{t}{(R_1+R_2)C}}) \rightarrow i = \frac{EC}{(R_1+R_2)C} e^{-\frac{t}{(R_1+R_2)C}}) \rightarrow$$

$$i = \frac{E}{(R_1+R_2)} e^{-\frac{t}{(R_1+R_2)C}})$$

• التوتر u_{AB} بين طرفي الناقل الأومي R_1 :

$$u_{AB} = R_1\, i$$

و حيث أن $i = \frac{E}{(R_1+R_2)} e^{-\frac{t}{(R_1+R_2)C}})$ يكون :

$$u_{AB} = \frac{E\,R_1}{(R_1+R_2)} e^{-\frac{t}{(R_1+R_2)C}})$$

- $t = 0 \rightarrow u_{AB} = u_{AB} = \frac{E\,R_1}{(R_1+R_2)}$
- $t = \infty \rightarrow u_{AB} = u_{AB} = 0$

• التوتر u_{BC} بين طرفي الناقل الأومي R_2 و المكثفة :

حسب قانون جمع التوترات :

$$u_{AC} = u_{AB} + u_{BC}$$
$$E = u_{AB} + u_{BC}$$
$$u_{BC} = E - u_{AB}$$

مما سبق وجدنا $u_{AB} = \frac{E\,R_1}{(R_1+R_2)} e^{-\frac{t}{(R_1+R_2)C}})$ و منه يصبح :

$$u_{BC} = E - \frac{E\,R_1}{(R_1+R_2)} e^{-\frac{t}{(R_1+R_2)C}})$$

$$\bullet\ t=0 \rightarrow u_{BC}=E-\frac{ER_1}{(R_1+R_2)}=\frac{ER_1+ER_2-ER_1}{(R_1+R_2)}=\frac{ER_2}{R_1+R_2}$$

$$\bullet\ t=\infty \rightarrow u_{BC}=0$$

5- لحظة تقاطع مماس المنحنى $u_{BC}(t)$ عند اللحظة $t=0$ مع المستقيم المقارب $u_{BC}=E$:

نكتب معادلة المماس .

$$u_{BC}=a\,t+b$$

$$\bullet\ a=\left(\frac{du_{BC}}{dt}\right)_{t=0}$$

وجدنا سابقا $u_{BC}=E-\frac{E\,R_1}{(R_1+R_2)}e^{-\frac{t}{(R_1+R_2)C}}$) و منه :

$$\frac{du_{BC}}{dt}=0-\left(\frac{ER_1}{(R_1+R_2)C}\left(-\frac{1}{(R_1+R_2)}e^{-\frac{t}{(R_1+R_2)}}\right)\right)=\frac{ER_1}{(R_1+R_2)^2C}e^{-\frac{t}{(R_1+R_2)C}}$$

و عند اللحظة $t=0$ يكون :

$$\left(\frac{du_{BC}}{dt}\right)_{t=0}=\frac{ER_1}{(R_1+R_2)^2C} \rightarrow a=\frac{ER_1}{(R_1+R_2)^2C}$$

و منه تصبح معادلة المماس كما يلي :

$$u_{BC}=\frac{ER_1}{(R_1+R_2)^2C}t+b$$

من خلال العبارة اللحظية للتوتر u_{BC} يكون :

$$\bullet\ t=0 \rightarrow u_{BC}=E-\frac{ER_1}{(R_1+R_2)}=\frac{ER_1+ER_2-ER_1}{(R_1+R_2)}=\frac{ER_2}{R_1+R_2}$$

بالتعويض في معادلة المماس المتحصل عليها مؤخرا :

$$\frac{ER_2}{(R_1+R_2)}=\frac{ER_1}{(R_1+R_2)^2C}(0)+b \rightarrow b=\frac{ER_2}{(R_1+R_2)}$$

إذن معادلة مماس المنحنى $u_{AB}=f(t)$ عند اللحظة $t=0$ تكون كما يلي :

$$u_{BC}=\frac{ER_1}{(R_1+R_2)^2C}t+\frac{ER_2}{(R_1+R_2)}$$

عند تقاطع المماس مع محور الأزمنة يكون $u_{BC}=E$ بالتعويض في معادلة المماس الأخيرة يكون :

$$E=\frac{ER_1}{(R_1+R_2)^2C}t+\frac{ER_2}{(R_1+R_2)}$$

$$\frac{ER_1}{(R_1+R_2)^2C}t=E-\frac{E\,R_2}{(R_1+R_2)} \rightarrow \frac{ER_1}{(R_1+R_2)^2C}t=\frac{ER_1+ER_2-ER_2}{(R_1+R_2)}$$

$$\frac{ER_1}{(R_1+R_2)^2C}t=\frac{ER_1}{(R_1+R_2)} \rightarrow \frac{1}{(R_1+R_2)C}t=1 \rightarrow t=(R_1+R_2)C=\tau$$

و هي لحظة تقاطع مماس المنحنى $u_B(t)$ عند اللحظة $t=0$ مع محور الأزمنة .

6- قيمة E :

الطريقة (1) :

حسب قانون جمع التوترات :

$$E = u_{AB} + u_{BC}$$

من البيانين $u_{AB}(t)$ ، $u_{BC}(t)$:

$$t = 0 \rightarrow u_{AB0} = 2.4\ V \quad , \quad u_{BC0} = 9.6\ V$$

و منه :

$$E = 2.4 + 9.6 = 12\ V$$

الطريقة (2) :

مما سبق :

$$t = \infty \rightarrow u_{AB} = E$$

و من البيان $u_{AB}(t)$ يكون :

$$t = \infty \rightarrow u_{AB} = 12\ V \rightarrow E = 12\ V$$

• قيمة R_1 :

$$u_{AB} = R\, i$$

$$t = 0 \rightarrow u_{AB} = u_{AB0} = R\, I_0 \rightarrow R_1 = \frac{u_{AB0}}{I_0}$$

من البيان $u_{AB}(t)$: $u_{AB0} = 2.4\ V$ و منه :

$$R_1 = \frac{2.4}{0.48} = 5\,\Omega$$

▪ قيمة R_2 :

$$I_0 = \frac{E}{R_1 + R_2} \rightarrow R_1 + R_2 = \frac{E}{I_0} \rightarrow R_2 = \frac{E}{I_0} - R_1$$

$$R_2 = \frac{12}{0.48} - 5 = 20\,\Omega$$

• قيمة C :

$$\tau = (R_1 + R_2)C \rightarrow C = \frac{\tau}{(R_1 + R_2)}$$

من البيان $u_{BC}(t)$ لدينا $\tau = 5\ .\ 10^{-3}\ s$ و منه :

$$C = \frac{5.10^{-3}}{(5+20)} = 2.10^{-4}\ F = 200\,\mu F$$