www.sites.google.com/site/faresfergani
Fares_Fergani@yahoo.Fr

تمارين مقترحة

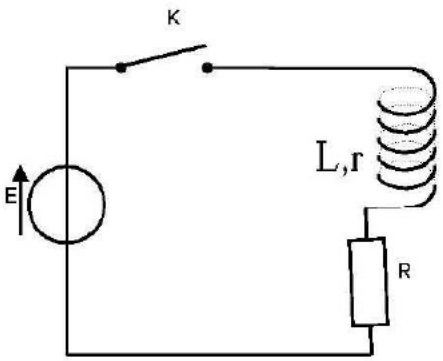
3AS U03 - Exercice 033

المحتوى المعرفي : دراسة ظواهر كهربائية .

تاريخ آخر تحديث : 2015/04/20

نص التمرين : (بكالوريا 2013 - رياضيات) (***)

بهدف تحديد مميزات وشيعة ، نحقق دارة كهربائية (الشكل-2) ، حيث : $R = 90\ \Omega$ ، نغلق القاطعة K في اللحظة $t = 0\ ms$.

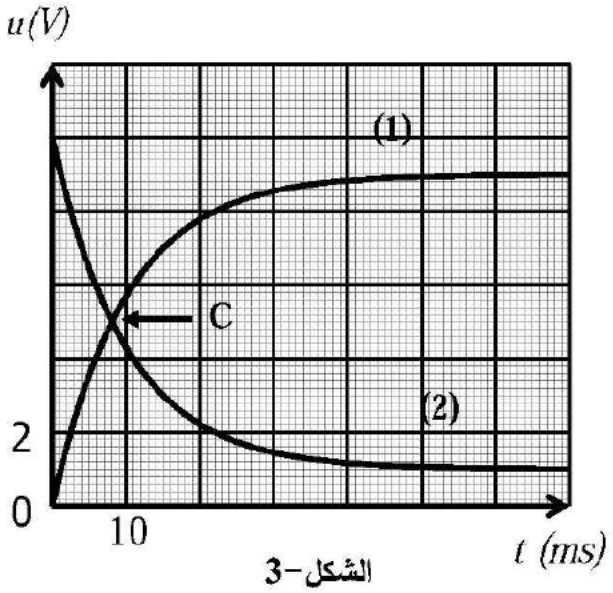


الشكل-2

1- بين أن المعادلة التفاضلية للتوتر الكهربائي بين طرفي المقاومة تعطى بالشكل : $\frac{du_R}{dt} + \frac{R+r}{L}u_R = \frac{RE}{L}$.

2- تحقق أن العبارة : $u_R(t) = \frac{B}{A}(1 - e^{-At})$ ، هي حل للمعادلة التفاضلية السابقة ، حيث A و B ثابتان يطلب تعيينهما .

3- باستعمال راسم اهتزاز مهبطي ذي ذاكرة تحصلنا على (الشكل-3) .



الشكل-3

أ- اعد رسم الدارة ، ثم وضح عليها كيفية ربط راسم الإهتزاز المهبطي لمشاهدة المنحنيين (1) و (2) (الشكل-3) .

ب- أنسب لكل عنصر كهربائي من الدارة المنحنى الموافق له مع التعليل .

جـ- استنتج القوة المحركة الكهربائية للمولد E ، و مقاومة الوشيعة r .

4- اعتمادا على نقطة تقاطع المنحنيين (1) ، (2) :

أ- بين أن ثابت الزمن τ يكتب بالعبارة : $\tau = \dfrac{t_c}{\ln(\frac{2R}{R-r})}$ ، ثم احسب قيمته ، حيث : t_c الزمن الموافق لتقاطع المنحيين ، علما أن التوتر بين طرفي الوشيعة يعطى بالعلاقة : $u_b(t) = \dfrac{E}{R+r}(r + R\,e^{-\frac{t}{\tau}})$.

ب- احسب ذاتية الوشيعة L .

حل التمرين

1- المعادلة التفاضلية بدلالة $u_R(t)$:

حسب قانون جمع التوترات :

$$E = u_b + u_R$$

$$E = L\frac{di}{dt} + ri + Ri$$

$$L\frac{di}{dt} + (R+r)i = E$$

لدينا :

$$u_R = Ri \longrightarrow i = \frac{1}{R}u_R$$

$$\longrightarrow \frac{di}{dt} = \frac{1}{R}\frac{du_R}{dt}$$

ومنه :

$$\frac{L}{R}\frac{du_R}{dt} + \frac{R+r}{R}u_R = E$$

بضرب الطرفين في $\frac{R}{L}$ يصبح :

$$\frac{du_R}{dt} + \frac{R+r}{L}u_R = \frac{ER}{L}$$

2- عبارتي A و B :

- $u_R = \frac{B}{A}(1 - e^{-At})$
- $\frac{du_R}{dt} = \frac{B}{A}\left(0 - (-Ae^{-At})\right) = \frac{B}{A}(Ae^{-At}) = Be^{-At}$

بالتعويض في المعادلة التفاضلية

$$Be^{-At} + \frac{R+r}{L}\cdot\frac{B}{A}(1 - e^{-At}) = \frac{ER}{L}$$

$$Be^{-At} + \frac{R+r}{L}\frac{B}{A} - \frac{R+r}{L}\frac{B}{A}e^{-At} = \frac{ER}{L}$$

الحل المعطى هو حل للمعادلة التفاضلية ولكي يتحقق :

- $\cancel{B} = \frac{R+r}{L} \times \frac{\cancel{B}}{A} \longrightarrow A = \frac{R+r}{L}$

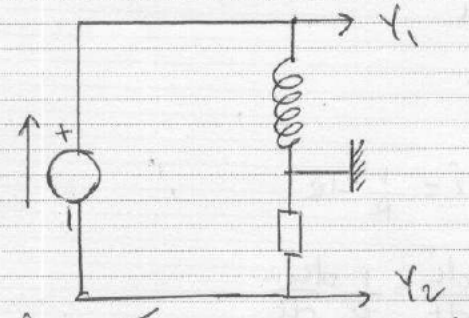
$$\frac{R+r}{L} \times \frac{B}{A} = \frac{ER}{L}$$

$$\frac{R+r}{L} \times \frac{B}{\frac{R+r}{L}} = \frac{ER}{L}$$

$$\frac{\cancel{R+r}}{\cancel{L}} \times \frac{B \times \cancel{L}}{\cancel{R+r}} = \frac{ER}{L} \longrightarrow B = \frac{ER}{L}$$

3- أ- رسم الدارة وكيفية وصلها براسم الاهتزاز:

المنحنيين (1) ، (2) أحدهما يمثل تطور التوتر u_R بين طرفي الناقل الأومي والآخر يمثل تطور التوتر u_b بين طرفي الوشيعة وعليه يجب وصل الدارة كما يلي حتى نحصل على هذين المنحنيين



ب- المنحنى البياني في الموافق لكل عنصر كهربائي:

لدينا:

$$u_R = \frac{B}{A}\left(1 - e^{-At}\right)$$

من هذه العبارة:

$$t=0 \longrightarrow u_R = \frac{B}{A}\left(1 - e^{-A(0)}\right) = 0$$

وهذا يتوافق مع المنحنى (1) إذن:

- المنحنى (1) يوافق العنصر الكهربائي ناقل أومي
- المنحنى (2) يوافق العنصر الكهربائي وشيعة

جـ- قيمة E:

- حسب قانون جمع التوترات:

$$E = u_b(t) + u_R(t)$$

عند اللحظة $t=0$ نكتب:

$$E = (u_b)_{t=0} + (u_R)_{t=0}$$

واعتمادا على البيان:

$$E = 10 + 0 = 10V$$

او عند اللحظة $t=\infty$ (نظام دائم) نكتب:

$$E = (u_b)_{t=\infty} + (u_b)_{t=\infty}$$

واعتمادا على البيان يكون:

$E = 1 + 9 = 10V$

* قيمة r:

طريقة أولى: حساب I_0 شدة التيار الأعظمية.

لدينا:

$u_{R(t)} = R\, i_{(t)}$

وعند النظام الدائم أين يكون $i = I_0$ نكتب:

$(u_R)_{t=\infty} = R I_0 \rightarrow I_0 = \frac{(u_R)_{t=\infty}}{R}$

- اعتمادا على البيان:

$I_0 = \frac{9}{90} = 0,1\,A$

ولدينا من جهة أخرى:

$u_b = L\frac{di}{dt} + ri$

وعند النظام الدائم أين يكون $i = I_0$ ، $\frac{di}{dt} = 0$ نكتب:

$(u_b)_{t=\infty} = r I_0 \longrightarrow r = \frac{(u_b)_{t=\infty}}{I_0}$

$r = \frac{1}{0,1} = 10\Omega$

طريقة ثانية:

لدينا:

$u_{R(t)} = R\, i_{(t)}$

$u_{b(t)} = L\frac{di}{dt} + ri$

وعند النظام الدائم أين يكون $i = I_0$ ، $\frac{di}{dt} = 0$ نكتب:

$(u_R)_{t=\infty} = R I_0$

$(u_b)_{t=\infty} = r I_0$

$\frac{(u_R)_{t=\infty}}{(u_b)_{t=\infty}} = \frac{R \cancel{I_0}}{r \cancel{I_0}} \rightarrow r = \frac{R \times (u_b)_{t=\infty}}{(u_R)_{t=\infty}}$

$r = \frac{90 \times 1}{9} = 10\Omega$

4- إثبات أن: $\tau = \frac{t_c}{\ln\left(\frac{R}{R-r}\right)}$:

حسب قانون جمع التوترات:

$E = (u_b)_{(t)} + (u_R)_{(t)}$

وعند اللحظة $t = t_c$ نكتب:

$$E = (u_b)_{t=t_c} + (u_R)_{t=t_c}$$

وبما أن المنحنيين $u_R(t)$ ، $u_b(t)$ يتقاطعان عند هذه اللحظة $(t=t_c)$ يكون $(u_R)_{t=t_c} = (u_b)_{t=t_c}$ ومنه يصبح

$$E = (u_b)_{t=t_c} + (u_b)_{t=t_c}$$

$$E = 2(u_b)_{t=t_c}$$

- من العبارة $u_b(t)$ المعطاة يكون:

$$t = t_c \longrightarrow u_b = \frac{E}{R+r}\left(r - R e^{-t/\tau}\right)$$

ومنه يصبح:

$$\cancel{E} = \frac{2\cancel{E}}{R+r}\left(r + R e^{-t/\tau}\right)$$

$$1 = \frac{2r}{R+r} + \frac{2R}{R+r} e^{-t/\tau}$$

$$1 - \frac{2r}{R+r} = \frac{2R}{R+r} e^{-t/\tau}$$

$$\frac{R+r-2r}{\cancel{R+r}} = \frac{2R}{\cancel{R+r}} e^{-t/\tau}$$

$$R - r = 2R e^{-t/\tau}$$

$$\frac{R-r}{2R} = e^{-t/\tau}$$

$$\ln\frac{R-r}{2R} = -\frac{t_c}{\tau}$$

$$-\ln\frac{R-r}{2R} = \frac{t_c}{\tau}$$

$$\ln\frac{2R}{R-r} = \frac{t_c}{\tau} \longrightarrow \tau = \frac{t_c}{\ln\left(\frac{2R}{R-r}\right)}$$

* قيمة τ:

من البيان: $\tau = 8ms = 8\times10^{-3}\,s$

إذن:

$$\tau = \frac{8\times10^{-3}}{\ln\left(\frac{2\times90}{90-10}\right)} = 10^{-2}\,s$$

ب- قيمة L:

$$\tau = \frac{L}{R+r} \longrightarrow L = \tau(R+r)$$

$$L = 10^{-2}(90+10) = 1\,H.$$