www.sites.google.com/site/faresfergani
Fares_Fergani@yahoo.Fr

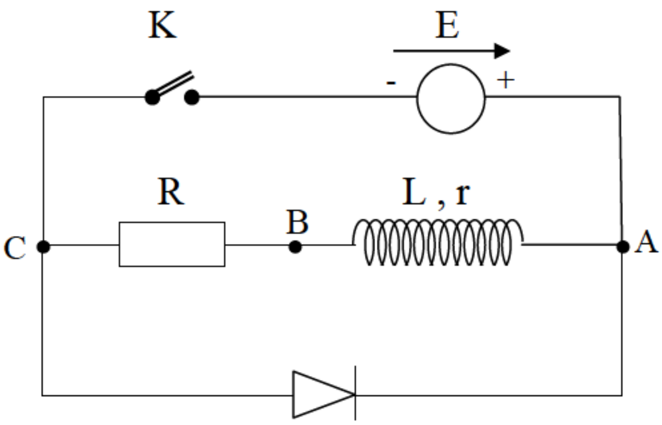
تمارين مقترحة

3AS U03 - Exercice 029

المحتوى المعرفي : دراسة ظواهر كهربائية .

تاريخ آخر تحديث : 2015/04/20

نص التمرين : (**)

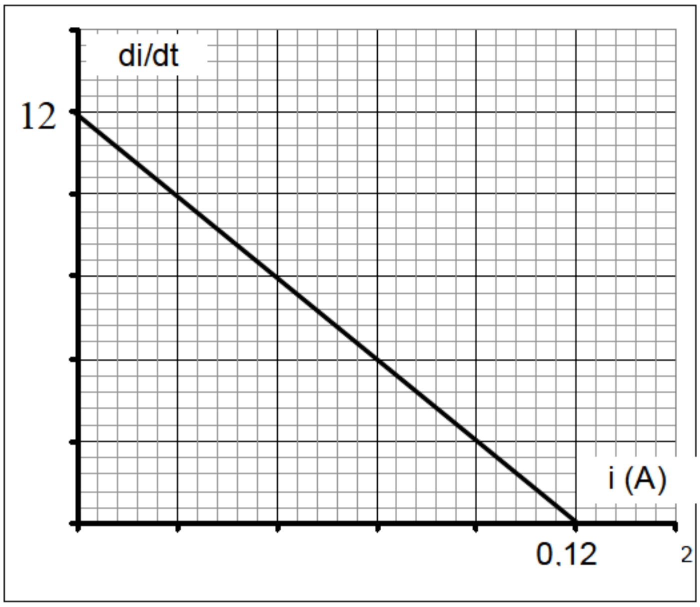


بواسطة مولد توتر ثابت قوته المحركة الكهربائية E ، ناقل أومي مقاومته $R = 90\ \Omega$ ، وشيعة ذاتيتها L و مقاومتها الداخلية r (غير مهملة) ، قاطعة K نحقق الدارة المبينة في الشكل المقابل ثم نغلق القاطعة عند اللحظة $t = 0$.

1- أكتب المعادلة التفاضلية بدلالة $i(t)$ ، $\frac{d\,i(t)}{dt}$ ، τ ، I_0 فقط .

2- أثبت أن $i(t) = I_0\,(1 - e^{-t/\tau})$ هو حل لهذه المعادلة التفاضلية .

3- الدراسة التجريبية لتغيرات $\frac{d\,i(t)}{dt}$ بدلالة شدة التيار اللحظية $i(t)$ أعطت البيان التالي :



- اعتمادا على هذا البيان و المعادلة التفاضلية أوجد قيمتي τ و I_0 .

4- إذا علمت أن طاقة الوشيعة عند النظام الدائم مساوية لـ $E_{(L)0} = 7.2.\ 10^{-3}\ j$ أوجد قيم : L ، r ، E .

حل التمرين

1- المعادلة التفاضلية :

حسب قانون جمع التوترات :

$$u_{AC} = u_{AB} + u_{BC}$$
$$E = u_{AB} + u_{BC}$$
$$E = L\frac{di}{dt} + r\,i + R\,i$$
$$E = L\frac{di}{dt} + (R+r)\,i$$

بالقسمة على (R+r) :

$$\frac{E}{R+r} = \frac{L}{R+r}\frac{di}{dt} + i$$

و حيث أن : $\tau = \frac{L}{R+r}$ ، $I_0 = \frac{E}{R+r}$ يصبح :

$$I_0 = \tau\frac{di}{dt} + i \quad \rightarrow \tau\frac{di}{dt} + i = I_0$$

بقسمة الطرفين على τ :

$$\frac{di}{dt} + \frac{1}{\tau}i = \frac{I_0}{\tau}$$

2- إثبات أن $i = I_0\,(1 - e^{-t/\tau})$ هو حل للمعادلة التفاضلية :

- $i = I_0\,(1 - e^{-t/\tau})$
- $\frac{di}{dt} = I_0\,(0 - (-\frac{1}{\tau}e^{-t/\tau})) = \frac{I_0}{\tau}e^{-t/\tau}$

بالتعويض في المعادلة التفاضلية :

$$\frac{I_0}{\tau}e^{-t/\tau} + \frac{I_0}{\tau}(1 - e^{-t/\tau}) = \frac{I_0}{\tau}$$
$$\frac{I_0}{\tau}e^{-t/\tau} + \frac{I_0}{\tau} - \frac{I_0}{\tau}e^{-t/\tau} = \frac{I_0}{\tau} \quad \rightarrow \frac{I_0}{\tau} = \frac{I_0}{\tau}$$

إذن الحل المعطى هو حل للمعادلة التفاضلية .

3- قيمتي τ و I_0 :

الطريقة (1) :

البيان $\frac{di}{dt} = f(i)$ عبارة عن مستقيم لا يمر من المبدأ لذا يكون :

$$\frac{di}{dt} = a\,i + b \quad \text{.........................} \ (1)$$

نظريا و من المعادلة التفاضلية يكون :

$$\frac{di}{dt} = -\frac{1}{\tau} i + \frac{I_0}{\tau} \quad \text{.........................} \ (2)$$

بمطابقة العلاقة البيانية (1) بالعلاقة النظرية (2) يكون :

- $-\frac{1}{\tau} = a \rightarrow \tau = -\frac{1}{a}$
- $\frac{I_0}{\tau} = b \rightarrow I_0 = \tau b$

من البيان :

$$a = \frac{0-12}{0.12-0} = -100 \quad , \quad b = 12$$

و منه :

- $\tau = -(-\frac{1}{100}) = 0.01\,s$
- $I_0 = 0.01 . 12 = 0.12\,A$

الطريقة (2) :

- في النظام الدائم يكون : $\frac{di}{dt} = 0$ ، $i = I_0$ بالإسقاط في البيان نجد : $I_0 = 0.12\,A$.

- من أجل $i = 0$ يكون من البيان $\frac{di}{dt} = 12$ بالتعويض في المعادلة التفاضلية نجد :

$$12 + \frac{1}{\tau}(0) = \frac{I_0}{\tau} \rightarrow 12 = \frac{I_0}{\tau} \rightarrow I_0 = 12\,\tau = 12 . 0.01 = 0.12\,A$$

• قيمة L :

$$E_{(L)0} = \frac{1}{2} L I_0^2 \rightarrow L = \frac{2E_{(L)0}}{I_0^2}$$

$$L = \frac{2 \,.\, 7 .\, 2.10^{-3}}{(0.12)^2} = 1H$$

• قيمة r :

$$\tau = \frac{L}{R+r} \rightarrow R + r = \frac{L}{\tau} \rightarrow r = \frac{L}{\tau} - R \quad \rightarrow r = \frac{1}{0.01} - 90 = 10\,\Omega$$