www.sites.google.com/site/faresfergani
Fares_Fergani@yahoo.Fr

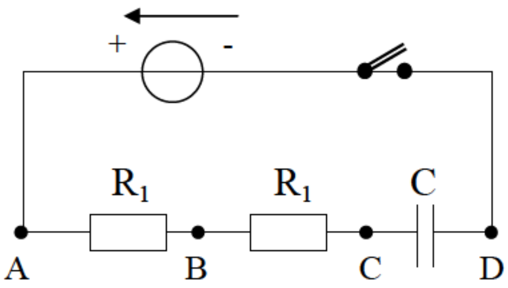
تمارين مقترحة

3AS U03 - Exercice 028

المحتوى المعرفي : دراسة ظواهر كهربائية .

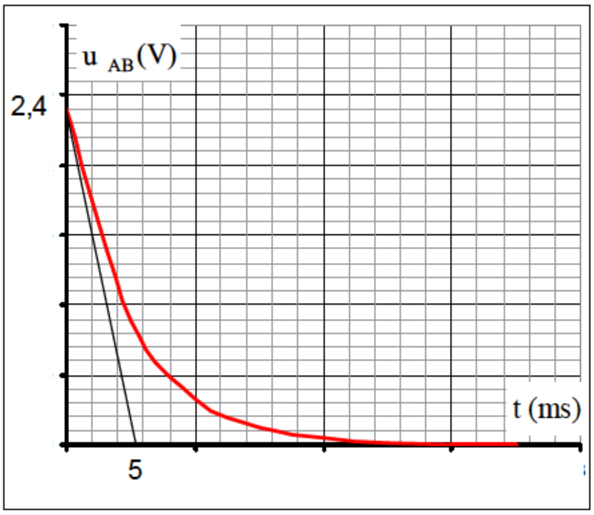
تاريخ آخر تحديث : 2015/04/20

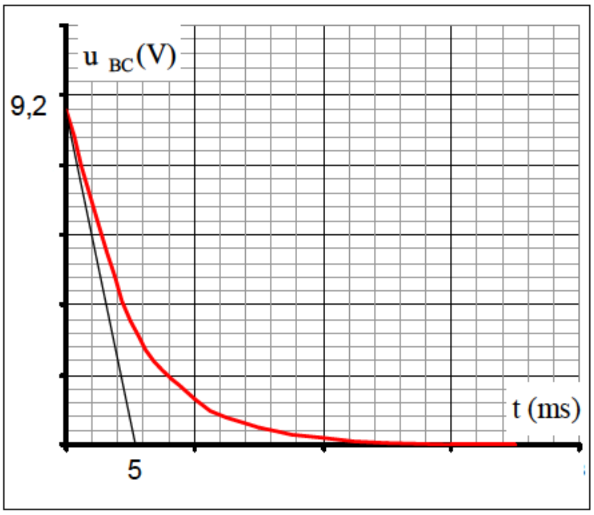
نص التمرين : (**)



بواسطة مولد توتر ثابت قوته المحركة الكهربائية E ، ناقلين أوميين مقاومة الأول $R_1 = 5\ \Omega$ و مقاومة الثاني R_2 مجهولة ، مكثفة فارغة سعتها C ، قاطعة K نحقق الدارة المبينة في الشكل التالي ثم نغلق القاطعة عند اللحظة $t = 0$.

الدراسة التجريبية لتطور التوتر u_{AB} بين طرفي الناقل الأومي R_1 التوتر u_{BC} بين طرفي الناقل الأومي R_2 بالاعتماد على راسم الاهتزاز المهبطي أعطت البيانين $u_{AB} = f(t)$ ، $u_{BC} = g(t)$ المقابلين :





1- بين على الدارة السابقة كيفية وصل راسم الاهتزاز المهبطي بالدارة حتى نحصل على البيانين السابقين .

2- أكتب المعادلة التفاضلية بدلالة $u_{CD} = f(t)$ حيث u_{CD} التوتر بين طرفي المكثفة مبينا حلها دون برهان .

3- أكتب بدلالة E ، R_1 ، R_2 ، C العبارات اللحظية لكل من :

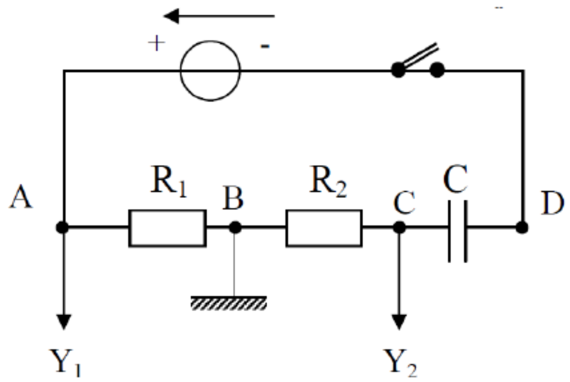
- شدة التيار المار في الدارة .
- التوتر u_{AB} بين طرفي الناقل الأومي R_1 .
- التوتر u_{BC} بين طرفي الناقل الأومي R_2 .

4- أكتب بدلالة E ، R_1 ، R_2 ، C لحظة تقاطع مماس البيان $u_{AB} = f(t)$ عند اللحظة $t = 0$ مع محور الأزمنة .

5- اعتمادا على الدراسة التجريبية و النظرية السابقتين أوجد : E ، I_0 ، R_2 ، C . حيث I_0 شدة التيار الأعظمية المارة بالدارة .

حل التمرين

1- كيفية وصل راسم الاهتزاز المهبطي :



2- المعادلة التفاضلية بدلالة u_{CD} :

بتطبيق قانون جمع التوترات :

$$u_{AD} = u_{AB} + u_{BC} + u_{CD}$$

$$E = R_1\, i + R_2\, i + u_{CD}$$

$$E = (R_1 + R_2)\, i + u_{CD}$$

$$E = (R_1 + R_2)\,\frac{dq}{dt} + u_{CD}$$

$$E = (R_1 + R_2)C\,\frac{du_{CD}}{dt} + u_{CD}$$

$$\frac{du_{CD}}{dt} + \frac{1}{(R_1 + R_2)C}\,u_{CD} = \frac{E}{(R_1 + R_2)C}$$

و هي معادلة تفاضلية من الدرجة الأولى حلها : $u_{CD} = E\,(1 - e^{-\frac{t}{(R_1+R_2)C}})$.

3- العبارات اللحظية :

• شدة التيار :

$$i = \frac{dq}{dt} = C\,\frac{du_{CD}}{dt}$$

لدينا :

• $u_{CD} = E\,(1 - e^{-\frac{t}{(R_1+R_2)C}})$

• $\frac{du_{CD}}{dt} = E\,(0 - (-\frac{1}{(R_1 + R_2)C}\,e^{-\frac{t}{(R_1+R_2)C}})) \quad \rightarrow \quad \frac{du_{CD}}{dt} = \frac{E}{(R_1 + R_2)C}\,e^{-\frac{t}{(R_1+R_2)C}}$

و منه يصبح :

$$i = C.\frac{E}{(R_1+R_2)C}e^{-\frac{t}{(R_1+R_2)C}} \rightarrow i = \frac{E}{(R_1+R_2)}e^{-\frac{t}{(R_1+R_2)C}}$$

• التوتر u_{AB} بين طرفي الناقل الأومي R_1 :

$$u_{AB} = R_1\, i$$

وجدنا سابقا $i = \frac{E}{(R_1+R_2)}e^{-\frac{t}{(R_1+R_2)C}}$ بالتعويض نجد :

$$u_{AB} = \frac{E\,R_1}{(R_1+R_2)}e^{-\frac{t}{(R_1+R_2)C}}$$

• التوتر u_{BC} بين طرفي الناقل الأومي R_2 :

$$u_{BC} = R_2\, i \rightarrow u_{BC} = \frac{E\,R_2}{(R_1+R_2)}e^{-\frac{t}{(R_1+R_2)C}}$$

4- لحظة تقاطع مماس البيان $u_{AB}(t)$ عند اللحظة $t = 0$ مع محور الأزمنة :

نكتب معادلة المماس .

$$u_{AB} = a\,t + b$$

حيث : $a = (\frac{du_{AB}}{dt})_{t=0}$.

• $u_{AB} = \frac{E\,R_1}{R_1+R_2}e^{-\frac{t}{(R_1+R_2)C}}$

• $\frac{du_{AB}}{dt} = \frac{E\,R_1}{(R_1+R_2)}(-\frac{1}{(R_1+R_2)C}e^{-\frac{t}{(R_1+R_2)C}}) = -\frac{E\,R_1}{(R_1+R_2)^2C}e^{-\frac{t}{(R_1+R_2)C}}$

و عند اللحظة $t = 0$ يكون :

$$(\frac{du_{AB}}{dt})_{t=0} = -\frac{E\,R_1}{(R_1+R_2)^2C} \rightarrow a = -\frac{E\,R_1}{(R_1+R_2)^2C}$$

و منه تصبح معادلة المماس كما يلي :

$$u_{AB} = -\frac{E\,R_1}{(R_1+R_2)^2C}t + b$$

من خلال العبارة اللحظية للتوتر u_{AB} يكون :

$$t = 0 \rightarrow u_{AB} = \frac{E\,R_1}{(R_1+R_2)}$$

بالتعويض في عبارة معادلة المماس الأخيرة :

$$\frac{ER_1}{(R_1+R_2)} = -\frac{E\,R_1}{(R_1+R_2)^2C}(0) + b \rightarrow \rightarrow b = \frac{E\,R_1}{(R_1+R_2)}$$

إذن معادلة مماس المنحنى $u_{AB} = f(t)$ عند اللحظة $t = 0$ تكون كما يلي :

$$u_{AB} = -\frac{E\,R_1}{(R_1+R_2)^2C}\,t + \frac{E\,R_1}{(R_1+R_2)}$$

عند تقاطع المماس مع محور الأزمنة يكون $u_{AB} = 0$ بالتعويض في معادلة المماس الأخيرة يكون :

$$0 = -\frac{E\,R_1}{(R_1+R_2)^2C}\,t + \frac{E\,R_1}{(R_1+R_2)}$$

$$\frac{E\,R_1}{(R_1+R_2)^2C}\,t = \frac{E\,R_1}{(R_1+R_2)} \rightarrow \frac{1}{(R_1+R_2)\,C}\,t = 1 \rightarrow t = (R_1 + R_2)\,C = \tau$$

و هي لحظة تقاطع مماس المنحنى $u_{AB}(t)$ عند اللحظة $t = 0$ مع محور الأزمنة .

5- قيمة E :

حسب قانون جمع التوترات :

$$E = u_{AB} + u_{BC} + u_{CD} \;\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\; (1)$$

من البيانين $u_{AB}(t)$ ، $u_{BC}(t)$ يكون :

$$t = 0 \rightarrow u_{AB0} = 2.4\ V \quad , \quad u_{BC0} = 9.6\ V$$

و كون أن المكثفة تكون غير مشحونة عند اللحظة $t = 0$ يكون $u_{CD} = 0$.

بالتعويض في العبارة (1) :

$$E = 2.4 + 9.6 + 0 = 12\ V$$

• قيمة I_0 :

$$u_{AB} = R_1\, i$$

عند اللحظة $t = 0$ تكون شدة التيار أعظمية لذا يمكن كتابة :

$$u_{AB} = R_1 I_0 \rightarrow I_0 = \frac{u_{AB0}}{R_1}$$

$$I_0 = \frac{2.4}{5} = 0.48\ A$$

• قيمة R_2 :

طريقة (1) :

$$u_{BC} = R_2\, i$$

عند اللحظة $t = 0$ تكون شدة التيار أعظمية لذا يمكن كتابة :

$$u_{BC0} = R_2 I_0 \rightarrow R_2 = \frac{u_{BC0}}{I_0}$$

$$R_2 = \frac{9.6}{0.48} = 20\,\Omega$$

طريقة (2) :

$$I_0 = \frac{E}{R_1+R_2} \rightarrow (R_1+R_2) = \frac{E}{I_0} \rightarrow R_2 = \frac{E}{I_0} - R_1$$

$$R_2 = \frac{12}{0.48} - 5 = 20\,\Omega$$

• <u>قيمة C :</u>

$$\tau = (R_1 + R_2)\,C \rightarrow \quad C = \frac{\tau}{(R_1 + R_2)}$$

من البيانين $\tau = 5\ .\ 10^{-3}\ s$ ، و منه :

$$C = \frac{5.10^{-3}}{(5+20)} = 2.10^{-4}\ F = 200\ F$$