www.sites.google.com/site/faresfergani
Fares_Fergani@yahoo.Fr

تمارين مقترحة

3AS U03 - Exercice 027

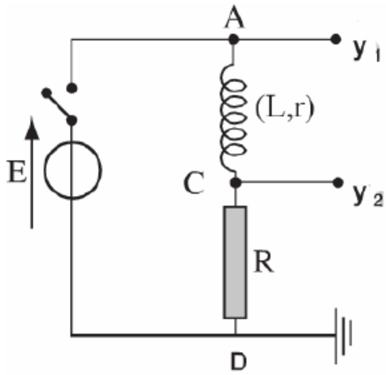
المحتوى المعرفي : دراسة ظواهر كهربائية .

تاريخ آخر تحديث : 2015/04/20

نص التمرين : (**)

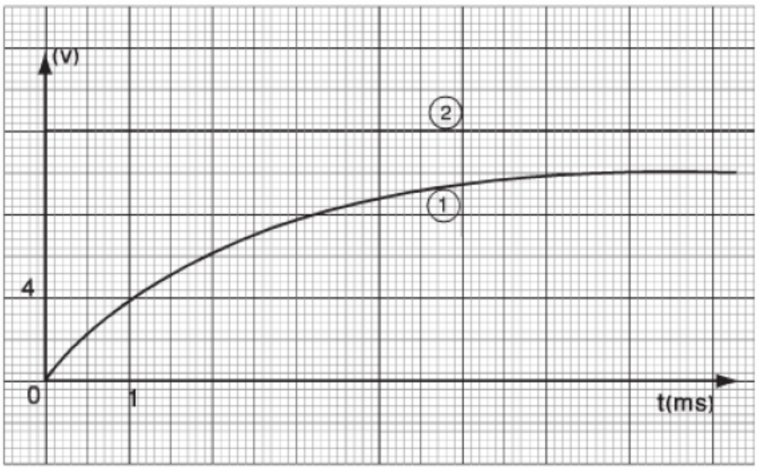
دارة كهربائية تحتوي على العناصر التالية مربوطة على التسلسل (الشكل-1) :

- مولد ذو توتر ثابت E .
- ناقل أومي مقاومته $R = 40\ \Omega$.
- وشيعة B ذاتيتها L و مقاومتها الداخلية r .
- قاطعة k .



توصل النقطتان A و C بمدخلي راسم اهتزاز مهبطي ذي ذاكرة في حين توصل النقطة D بالأرضي .

عند غلق القاطعة K في اللحظة $t = 0$ يظهر على شاشة راسم الاهتزاز البيانان (الشكل-2) .



1- أربط بين كل بيان و المدخل الموافق . استنتج بيانيا عندئذ قيمة E التوتر الكهربائي بين طرفي المولد .

2- عين قيمتي كل من :

أ- شدة التيار في النظام الدائم .

ب- قيمة $\frac{di}{dt}$ عند اللحظة $t = 0$.

3- بتطبيق قانون جمع التوترات ، استنتج المعادلة التفاضلية التي تحققها شدة التيار i(t) .

4- اثبت أن $i(t) = \alpha\,(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$ هو حل لهذه المعادلة التفاضلية ، حيث α مقدار ثابت موجب و τ ثابت الزمن ، عين عبارتي كل من τ و α .

5- بالاعتماد على البيان أوجد قيمتي كل من : المقاومة الداخلية r ، ثابت الزمن τ ، ذاتية الوشيعة L .

6- بالتحليل البعدي بين أن τ متجانس مع الزمن .

حل التمرين

1- المدخل الموافق لكل بيان :

- المدخل y_1 يوافق البيان (2) الممثل لتطور التوتر بين طرفي المولد.
- المدخل y_2 يوافق البيان (1) الممثل لتطور التوتر الكهربائي بين طرفي الناقل الأومي
- التوتر بين طرفي المولد (مولد التوتر) ثابت ويساوي E و اعتمادا على البيان (2) يكون $E = 3 \times 4 = 12V$

2- أ- قيمة شدة التيار في النظام الدائم .

شدة التيار في النظام الدائم تكون اعظمية وكذلك التوتر بين طرفي الناقل الأومي .

- من البيان (1)

$$u_{Rmax} = 2{,}5 \times 4 \times 10\ V$$

ولدينا

$$u_{Rmax} = RI_0 \longrightarrow I_0 = \frac{u_{Rmax}}{R}$$

$$I_0 = \frac{10}{40} = 0{,}25A$$

ب- قيمة $\frac{di}{dt}$ عند اللحظة $t=0$:

- يمثل ميل المنحنى البيان (1) القيمة $\frac{du_R}{dt}$ ، ولدينا:

$$u_R = Ri \longrightarrow \frac{du_R}{dt} = R \cdot \frac{di}{dt} \longrightarrow \frac{di}{dt} = \frac{\frac{du_R}{dt}}{R}$$

وعند اللحظة $t=0$ تكون :

$$\left(\frac{di}{dt}\right)_{t=0} = \frac{\left(\frac{du_R}{dt}\right)_{t=0}}{R}$$

من البيان:

$$\left(\frac{du_R}{dt}\right)_{t=0} = (\tan\alpha)_{t=0} = 4 \times 10^3$$

إذن :

$$\left(\frac{di}{dt}\right)_{t=0} = \frac{4 \times 10^3}{40} = 10^2\ A/S$$

3- المعادلة التفاضلية التي تحققها $i(t)$:

حسب قانون جمع التوترات :

$$E = u_b + u_R$$

$E = L\frac{di}{dt} + ri + Ri$

$L\frac{di}{dt} + (R+r)i = E \rightarrow \frac{di}{dt} + \frac{R+r}{L} i = \frac{E}{L}$

4- تبيان α و τ :

• $i = \alpha(1 - e^{-t/\tau})$

• $\frac{di}{dt} = \alpha\left(0 - \left(-\frac{1}{\tau} e^{-t/\tau}\right)\right) = \frac{\alpha}{\tau} e^{-t/\tau}$

بالتعويض في المعادلة التفاضلية :

$\frac{\alpha}{\tau} e^{-t/\tau} + \frac{R+r}{L}\alpha(1 - e^{-t/\tau}) = \frac{E}{L}$

$\frac{\alpha}{\tau} e^{-t/\tau} + \frac{(R+r)}{L}\alpha - \frac{(R+r)\alpha}{L} e^{-t/\tau} = \frac{E}{L}$

$\left(\frac{\alpha}{\tau} - \frac{(R+r)\alpha}{L}\right) e^{-t/\tau} + \frac{(R+r)\alpha}{L} = \frac{E}{L}$

الحل المعطى هو حل للمعادلة التفاضلية ولكي تتحقق المساواة يجب أن يكون :

• $\frac{\alpha}{\tau} - \frac{(R+r)\alpha}{L} = 0 \rightarrow \frac{\cancel{\alpha}}{\tau} = \frac{(R+r)}{L}\cancel{\alpha} \rightarrow \tau = \frac{L}{R+r}$

• $\frac{(R+r)\alpha}{\cancel{L}} = \frac{E}{\cancel{L}} \rightarrow \alpha = \frac{E}{R+r}$

5- قيمة r :

لدينا :

$I_0 = \frac{E}{R+r} \rightarrow (R+r) = \frac{E}{I_0} \rightarrow r = \frac{E}{I_0} - R$

$r = \frac{12}{0,25} - 40 = 8\Omega$

وقيمة τ :

$t = \tau \rightarrow u_R = 0,63\ u_{Rmax} = 0,63 \times 10 = 6,3V$

بالإسقاط في البيان نجد : $\tau = 2ms$

وقيمة L :

$\tau = \frac{L}{R+r} \rightarrow L = \tau(R+r) = 2\times10^{-3}\times(40+8) = 9,6\times10^{-2} H$

6- وحدة τ :

$\tau = \frac{L}{R+r} \rightarrow [\tau] = \frac{[L]}{[R]}$

لدينا :

• $u_R = Ri \rightarrow [U] = [R][I] \rightarrow [R] = \frac{[U]}{[I]}$

• $u_b = L\frac{di}{dt} \rightarrow [U] = [L]\frac{[I]}{[T]} \rightarrow [L] = \frac{[U][T]}{[I]}$

ومنه :

$[\tau] = \frac{\frac{[U][T]}{[I]}}{\frac{[U]}{[I]}} \rightarrow [\tau] = [T] = s$

إذن ثابت الزمن متجانس مع الزمن .