www.sites.google.com/site/faresfergani
Fares_Fergani@yahoo.Fr

تمارين مقترحة

3AS U03 - Exercice 026

المحتوى المعرفي : دراسة ظواهر كهربائية .

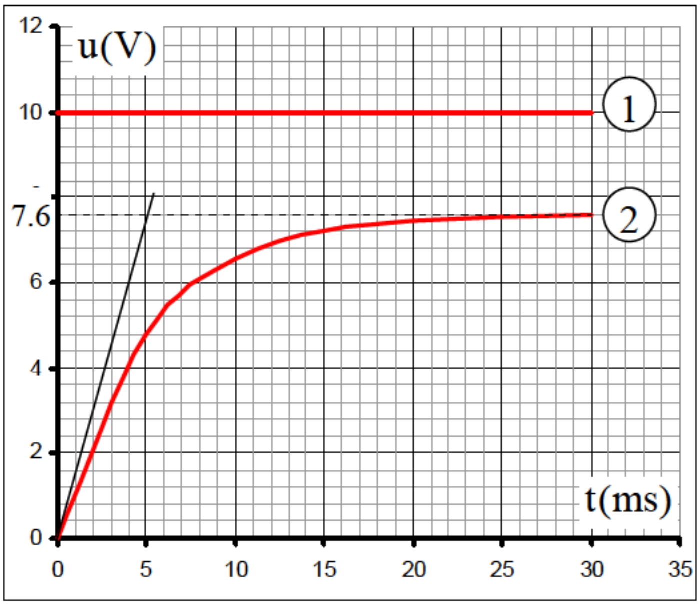
تاريخ آخر تحديث : 2015/04/20

نص التمرين : (**)

نحقق الدارة المبينة في (الشكل-1) و التي تتكون من :

- وشيعة (b) معامل تحريضها (ذاتيتها) L و مقاومتها الداخلية r .
- ناقل أومي مقاومته R ..
- قاطعة k .
- مولد للتوتر الثابت قوته المحركة الكهربائية E .
- مقياس أمبير مقاومته مهملة .

نغلق القاطعة عند اللحظة $t = 0$ و نشاهد بواسطة راسم الاهتزاز المهبطي ذو ذاكرة كل من التوتر بين طرفي المولد $u_{AB}(t)$ و التوتر بين طرفي الناقل الأومي $u_R(t)$ فنحصل على المنحنيين (1) ، (2) (الشكل-2) . يشير مقياس الأمبير في النظام الدائم إلى القيمة $I_0 = 0.1$ A .



1- بين أن المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر u_R تكتب على الشكل :

$$L\frac{du_R}{dt} + (R + r)\,u_R - E\,R = 0$$

2- إذا علمت أن حل المعادلة التفاضلية يكتب على الشكل : $u_R = U_0\,(1 - e^{-\alpha t})$. أوجد عبارة كل من الثابتين U_0 و α بدلالة مميزات الدارة .

3- أوجد عبارة r مقاومة الوشيعة بدلالة E ، I_0 ، U_0 و أحسب قيمتها .

4- عبر عن $(\frac{du_R}{dt})_0$ عند اللحظة $t = 0$ بدلالة E و U_0 و I_0 و L ثم استنتج قيمة الذاتية L .

حل التمرين

1- المعادلة التفاضلية لـ U_R :

حسب قانون جمع التوترات :

$$U_{AB} = U_b + U_R$$

$$E = L\frac{di}{dt} + ri + Ri$$

$$E = L\frac{di}{dt} + (R+r)i$$

لدينا :

$$U_R = R \cdot i \longrightarrow i = \frac{1}{R}U_R$$

$$\frac{di}{dt} = \frac{1}{R}\frac{dU_R}{dt}$$

بالتعويض في المعادلة التفاضلية :

$$E = \frac{L}{R}\frac{dU_R}{dt} + \frac{(R+r)}{R}U_R$$

نضرب الطرفين في R :

$$RE = \frac{L}{R}\frac{dU_R}{dt} + (R+r)U_R$$

إذن :

$$L\frac{U_R}{dt} + (R+r)U_R - ER = 0$$

2- عبارة كل من U_0 ، α :

- $U_R = U_0(1 - e^{-\alpha t})$
- $\frac{dU_R}{dt} = U_0 \alpha e^{-\alpha t}$

بالتعويض في المعادلة التفاضلية

$$L U_0 \alpha e^{-\alpha t} + (R+r)U_0(1 - e^{-\alpha t}) - ER = 0$$

$$-U_0 e^{-\alpha t} + (R+r)U_0 - (R+r)U_0 e^{-\alpha t} - ER = 0$$

الحل المعطى هو حل المعادلة التفاضلية ولكي تتحقق المساواة يجب أن يكون :

$$L U_0 \alpha = (R+r) U_0 \rightarrow \alpha = \frac{R+r}{L}$$

$$(R+r) U_0 = E R \rightarrow U_0 = \frac{ER}{R+r}$$

3- عبارة r بدلالة U_0, I_0, E :

حسب قانون جمع التوترات

$$U_{AB} = U_b + U_R$$

$$E = U_b + U_R \text{ ..... } (1)$$

حيث :

$$U_b = L\frac{di}{dt} + ri$$

في النظام الدائم اين يكون :

$i = I_0$ ، $\frac{di}{dt} = 0$ يمكن كتابة :

$$U_R = U_0$$

$$U_b = r I_0$$

بالتعويض في العلاقة (1) :

$$E = r I_0 + U_0$$

$$E - U_0 = r I_0 \Rightarrow \boxed{r = \frac{E - U_0}{I_0}}$$

قيمة U_0 :

من البيان : $U_0 = 7,6\,V$

$E = 10\,V$, $I_0 = 0,1\,A$

اذن

$$r = \frac{10 - 7,6}{0,1} = 24\,\Omega$$

4- عبارة $\left(\frac{dU_R}{dt}\right)_0$ بدلالة E ، U_0 ، I_0 ، L :

اعتمادا على ما سبق نكتب :

$$U_R = U_0\left(1 - e^{-\frac{(R+r)}{L}t}\right)$$

ومنه :

$$\frac{dU_R}{dt} = \frac{U_0(R+r)}{L} e^{-\alpha t}$$

$$t=0 \longrightarrow \left(\frac{dU_R}{dt}\right)_0 = \frac{U_0(R+r)}{L}$$

ومما سبق لدينا أيضا :

$$r = \frac{E-U_0}{I_0}$$

بالتعويض في العبارة $\left(\frac{dU_R}{dt}\right)_{t=0}$

$$\left(\frac{dU_R}{dt}\right)_{t=0} = U_0\left(\frac{R+\frac{E-U_0}{I_0}}{L}\right)$$

$$\left(\frac{dU_R}{dt}\right)_{t=0} = U_0\left(\frac{\frac{RI_0+E-U_0}{I_0}}{L}\right)$$

$$\left(\frac{dU_R}{dt}\right)_{t=0} = \frac{U_0(RI_0+E-U_0)}{L\cdot I_0}$$

ولدينا : $U_R = U_0 = RI_0$

ومنه يمكن كتابة :

$$\left(\frac{dU_R}{dt}\right)_{t=0} = \frac{U_0(U_0+E-U_0)}{L\cdot I_0}$$

$$\left(\frac{dU_R}{dt}\right)_{t=0} = \frac{U_0 E}{L\cdot I_0}$$

+ قيمة L :

من العلاقة السابقة :

$$L = \frac{U_0 \times E}{\left(\frac{dU_R}{dt}\right)_{t=0} \times I_0}$$

نمثل $\left(\frac{dU_R}{dt}\right)_{t=0}$ ميل المنحنى $U_R(t)$ عند $t=0$ ومنه :

$$\left(\frac{dU_R}{dt}\right)_{t=0} = (\tan b)$$

$$= \frac{7{,}6}{5\times10^{-3}} \quad \left(\frac{dU_R}{dt}\right) = \frac{U_0 E}{L\cdot I_0}$$

إذن :

$$L = \frac{7{,}6\times10}{1520\times0{,}1} = 0{,}5H$$