

3AS U03 - Exercice 024

المحتوى المعرفي : دراسة ظواهر كهربائية .

تاريخ آخر تحديث : 2015/04/20

نص التمرين : (**)

بواسطة مولد توتر ثابت قوته المحركة الكهربائية E ، ناقل أومي مقاومته R ، وشيعة ذاتيتها L و مقاومتها الداخلية $r = 20 \Omega$ ، قاطعة K نحقق الدارة المبينة في الشكل المقابل .

1- نغلق القاطعة :

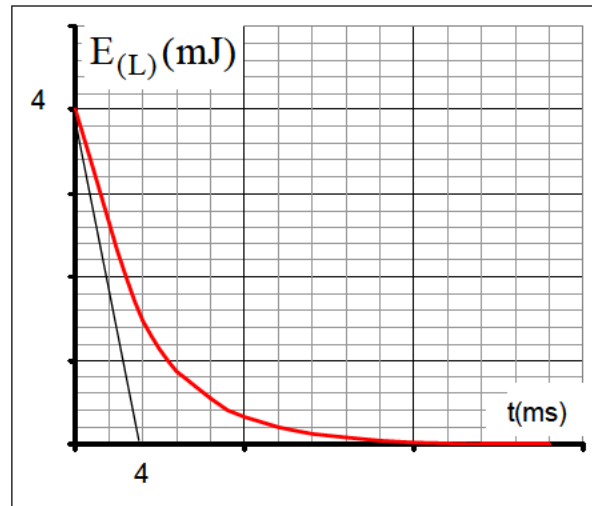
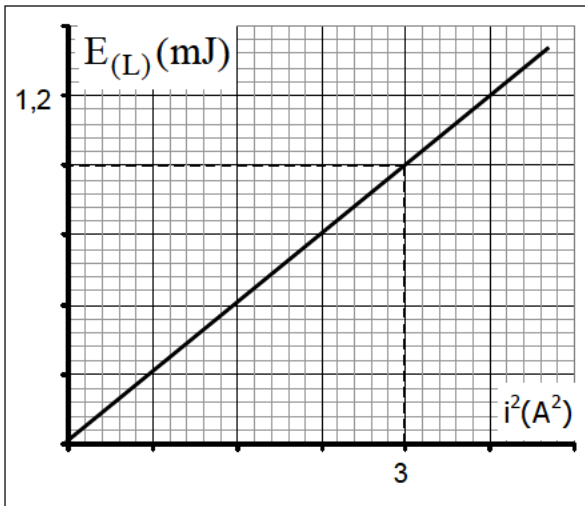
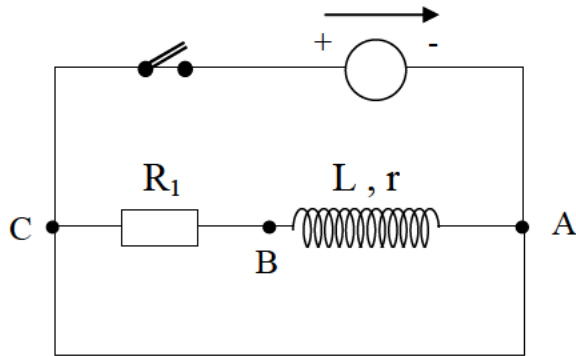
أ- أكتب المعادلة التفاضلية بدلالة u_R حيث u_R التوتر بين طرفي الناقل الأومي .

ب- حل المعادلة التفاضلية هو من الشكل $u_R = a(1 - e^{-bt})$ أوجد عبارتي a ، b .

ج- ما يمثل مقلوب b (أي $\frac{1}{b}$) ، و ما هو مدلوله الفيزيائي .

2- نفتح القاطعة :

الدراسة التجريبية لطاقة الوشيعة أعطت البيانين التاليين :



أ- أكتب عبارة $E(L)$ طاقة الوشيعة :

ب- أوجد اعتمادا على البيانين قيم : E ، R ، τ ، I_0 ، L .

حل التمرين

1- عند غلق القاطعة :

أ- المعادلة التفاضلية بدلالة u_R :
حسب قانون جمع التوترات :

$$u_{AC} = u_{AB} + u_{BC}$$

$$E = L \frac{di}{dt} + r i + R i$$

$$L \frac{di}{dt} + (R + r) i = E$$

لدينا :

$$\bullet u_R = R i \rightarrow i = \frac{1}{R} u_R$$

$$\bullet \frac{di}{dt} = \frac{1}{R} \frac{du_R}{dt}$$

بالتعويض في المعادلة التفاضلية :

$$\frac{L}{R} \frac{du_R}{dt} + \frac{(R + r)}{R} \frac{du_R}{dt} = E$$

بضرب طرفي المعادلة في $\frac{R}{L}$ نجد :

$$\frac{R}{L} \cdot \frac{L}{R} \frac{du_R}{dt} + \frac{R}{L} \cdot \frac{(R + r)}{R} \frac{du_R}{dt} = \frac{R}{L} E$$

$$\frac{du_R}{dt} + \frac{(R + r)}{L} \frac{du_R}{dt} = \frac{ER}{L}$$

ب- عبارتي a و b :

$$\bullet u_R = a (1 - e^{-bt})$$

$$\bullet \frac{du_R}{dt} = a (0 - (-be^{-bt})) = \frac{du_R}{dt} = ab e^{-bt}$$

بالتعويض في المعادلة التفاضلية نجد :

$$ab e^{-bt} + \frac{(R + r) a}{L} (1 - e^{-bt}) = \frac{ER}{L}$$

$$ab e^{-bt} + \frac{(R + r) a}{L} - \frac{(R + r) a}{L} e^{-bt} = \frac{ER}{L}$$

الحل المعطى هو حل للمعادلة التفاضلية و لتتحقق المساواة يجب أن يكون :

$$\begin{aligned} \blacksquare ab &= \frac{(R+r)a}{L} \rightarrow b = \frac{R+r}{L} \\ \blacksquare \frac{(R+r)a}{L} &= \frac{ER}{L} \rightarrow a = \frac{ER}{R+r} \end{aligned}$$

ج- يمثل مقلوب b ثابت الزمن و المدلول الفيزيائي لثابت الزمن هو أن ثابت الزمن يمثل الزمن اللازم لبلوغ شدة التيار قيمة مساوية لـ 63% من قيمتها الأعظمية .

2- أ- عبارة $E_{(L)}$ بدلالة i, L :

$$E_{(L)} = \frac{1}{2} L i^2$$

ب- قيمة L :

من البيان :

$$E_{(L)} = a i^2 \dots\dots\dots (1)$$

و نظريا لدينا :

$$E_{(L)} = \frac{1}{2} L i^2 \dots\dots\dots (2)$$

بالمطابقة نجد :

$$\frac{L}{2} = a \rightarrow L = 2a$$

من البيان :

$$a = \frac{1.2 \cdot 10^{-3} - 0}{3 \cdot 10^{-3} - 0} = 0.4 \rightarrow L = 2 \cdot 0.4 = 0.8 \text{ H}$$

• قيمة I_0 :

من البيان $E_{(L)} = f(t)$ تكون الطاقة الأعظمية : $E_{(L)} = 4 \cdot 10^{-3} \text{ J}$ و لدينا :

$$E_{(L)0} = \frac{1}{2} L I_0^2 \rightarrow I_0 = \sqrt{\frac{2 E_{(L)0}}{L}}$$

$$I_0 = \sqrt{\frac{2 \cdot 4 \cdot 10^{-3}}{0.8}} = 0.1 \text{ A}$$

• قيمة τ :

مماس البيان $E_{(L)} = f(t)$ عند اللحظة $t = 0$ يقطع محور الأزمنة في $\frac{\tau}{2}$ لذا يكون :

$$\frac{\tau}{2} = 4 \cdot 10^{-3} \text{ s} \rightarrow \tau = 2 \cdot 4 \cdot 10^{-3} = 8 \cdot 10^{-3} \text{ s}$$

• قيمة R :

$$\tau = \frac{L}{R+r} \rightarrow R+r = \frac{L}{\tau} \rightarrow R = \frac{L}{\tau} - r$$

$$R = \frac{0.8}{8 \cdot 10^{-3}} - 20 = 80 \Omega$$

• قيمة E :

$$I_0 = \frac{E}{R + r} \rightarrow E = (R + r) I_0$$

$$E = (80 + 20) \cdot 0.1 = 10 \text{ V}$$