www.sites.google.com/site/faresfergani
Fares_Fergani@yahoo.Fr

تمارين مقترحة

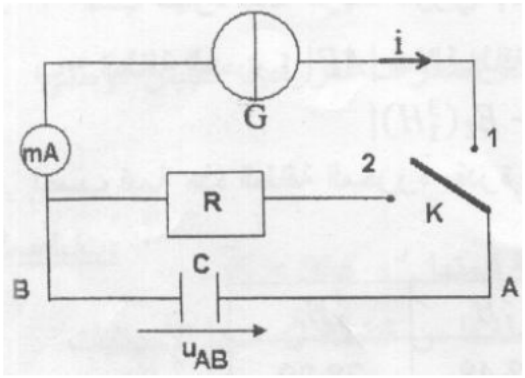
3AS U03 - Exercice 022

المحتوى المعرفي : دراسة ظواهر كهربائية .

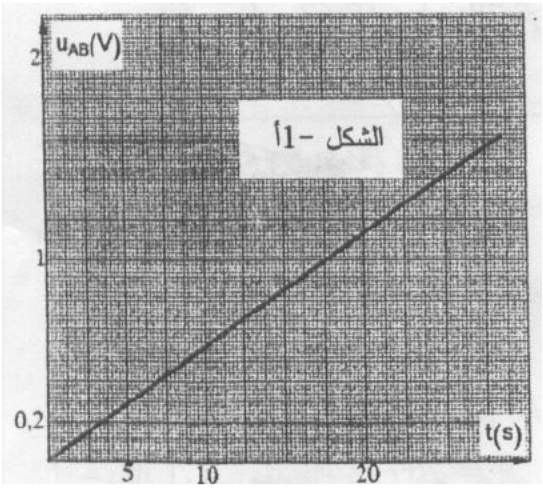
تاريخ آخر تحديث : 2015/04/20

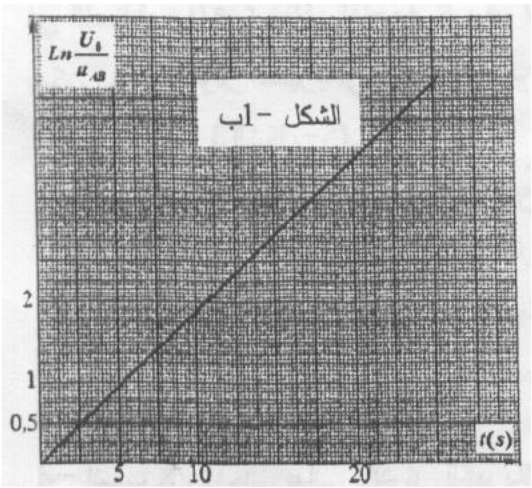
نص التمرين : (بكالوريا 2012 - رياضيات) (**)

اقترح أستاذ على تلامذته تعيين سعة مكثفة C بطريقتين مختلفتين :
الطريقة الأولى : تفريغ المكثفة بتيار مستمر ثابت الشدة .
الطريقة الثانية : تفريغ المكثفة في ناقل أومي .
لهذا الغرض تم تحقيق التركيب المقابل .



أولا : المكثفة في البداية فارغة . نضع في اللحظة $t = 0$ البادلة k في الوضع (1) ، فتشحن المكثفة بالمولد G الذي يعطي تيارا ثابتا شدته $i = 0.31\ mA$. بواسطة جهاز ExAO تمكنا من مشاهدة المنحنى البياني لتطور التوتر u_{AB} بين طرفي المكثفة بدلالة الزمن t (الشكل-1 أ)





أ- أعط عبارة التوتر u_{AB} بدلالة شدة التيار i المار في الدارة ، و سعة المكثفة C و الزمن t .
ب- جد قيمة C سعة المكثفة .

ثانيا : عندما يصبح التوتر بين طرفي المكثفة مساوي إلى القيمة $U_0 = 1.6\ V$ ، نضع البادلة k في الوضع (2) في لحظة نعتبرها من جديد $t = 0$ ، فيتم تفريغ المكثفة في ناقل أومي مقاومته $R = 1K\Omega$.

أ- جد المعادلة التفاضلية التي يحققها u_{AB} . علما أن حلها : $u_{AB} = U_0\, e^{-\frac{t}{\tau}}$.
ب- أثناء تفريغ المكثفة ، سمح جهاز ExAO من متابعة تطور التوتر الكهربائي u_{AB} بين طرفي المكثفة بدلالة الزمن t . بواسطة برمجية تمكنا من الحصول على المنحنى البياني (الشكل-1 ب) .
جد بيانيا قيمة ثابت الزمن τ للدارة ، ثم استنتج قيمة سعة المكثفة C .

حل التمرين

أ- عبارة التوتر u_{AB} بدلالة شدة التيار i المار في الدارة ، و سعة المكثفة C و الزمن t :

من جهة و كون أن شدة التيار المار بالمكثفة ثابت يكون :

$$q = i\,t$$

و من جهة أخرى :

$$q = C\,u_{AB}$$

إذن :

$$C\,u_{AB} = i\,.\,t \;\rightarrow\; u_{AB} = \frac{i}{C}t$$

ب- قيمة C من البيان :

- معادلة المنحنى البياني من الشكل :

$$u_{AB} = a\,t \;................................\; (1)$$

حيث a هو ميل المنحنى البياني (المستقيم) .

- مما سبق لدينا

$$u_{AB} = \frac{i}{C}t \quad ....\; (2)$$

بمطابقة العلاقتين (1) ، (2) :

$$\frac{i}{C} = a \;\rightarrow\; C = \frac{i}{a}$$

من البيان :

$$a = \frac{1}{7\times 2.5} = 5.71.10^{-2} \;\rightarrow\; C = \frac{0.31\;.\;10^{-3}}{5.71\;.\;10^{-2}} = 5.4.10^{-3}\;F$$

ثانيا :

أ- المعادلة التفاضلية التي يحققها u_{AB} :

حسب قانون جمع التوترات :

$$u_R + u_C = 0$$

$$R\,i + u_{AB} = 0$$

$$R\frac{dq}{dt} + u_{AB} = 0$$

$$R\frac{d(C\,u_{AB})}{dt} + u_{AB} = 0$$

$$RC\frac{du_{AB}}{dt} + u_{AB} = 0 \quad\rightarrow\quad \frac{du_{AB}}{dt} + \frac{1}{RC}u_{AB} = 0$$

ب- ثابت الزمن τ :

- معادلة المنحنى البياني من الشكل :

$$\ln\frac{U_0}{u_{AB}} = a' t \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (3)$$

حيث a' هو ميل المنحنى البياني المستقيم .

- من حل المعادلة التفاضلية السابقة لدينا :

$$u_{AB} = U_0\, e^{-t/\tau} \quad \rightarrow \frac{u_{AB}}{U_0} = e^{-t/\tau} \quad \rightarrow \ln\frac{u_{AB}}{U_0} = \ln e^{-t/\tau}$$

$$\ln\frac{u_{AB}}{U_0} = -\frac{1}{\tau} t$$

$$-\ln\frac{U_0}{u_{AB}} = -\frac{1}{\tau} t$$

$$\ln\frac{U_0}{u_{AB}} = \frac{1}{\tau} t \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (4)$$

بالمطابقة العلاقتين (3) ، (4) :

$$\frac{1}{\tau} = a' \rightarrow \tau = \frac{1}{a'}$$

من البيان :

$$a' = \frac{2.8 - 0}{15 - 0} = 0.187 \rightarrow \tau = \frac{1}{0.187} \approx 5.4\,s$$

- قيمة C :

$$\tau = RC \rightarrow C = \frac{\tau}{R}$$

$$C = \frac{5.4}{1000} = 5.4.10^{-3}\,F = 5.4\,mF$$