www.sites.google.com/site/faresfergani
Fares_Fergani@yahoo.Fr

تمارين مقترحة

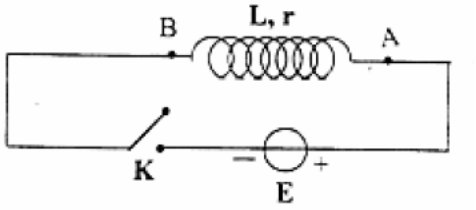
3AS U03 - Exercice 017

المحتوى المعرفي : دراسة ظواهر كهربائية .

تاريخ آخر تحديث : 2015/04/20

نص التمرين : (بكالوريا 2008 – رياضيات) (**)

بغرض معرفة سلوك و مميزات وشيعة مقاومتها (r) و ذاتيتها (L) نربطها على التسلسل بمولد ذي توتر كهربائي ثابت $E = 4.5V$ و قاطعة K (الشكل-1) .



1- انقل مخطط الدارة على ورقة إجابتك و بين عليه جهة مرور التيار الكهربائي و جهة السهمين الذين يمثلان التوتر الكهربائي بين طرفي الوشيعة و بين طرفي المولد .

2- في اللحظة $t = 0$ نغلق القاطعة : (K) .

أ- بتطبيق قانون جمع التوترات ، أوجد المعادلة التفاضلية التي تعطي الشدة اللحظية i(t) للتيار الكهربائي المار في الدارة .

ب- بين أن المعادلة التفاضلية السابقة تقبل حل من الشكل $i(t) = I_0 \left(1 - e^{-\frac{r}{L}t}\right)$ حيث I_0 هي الشدة العظمى للتيار الكهربائي المار في الدارة .

3- تعطى الشدة اللحظية للتيار الكهربائي بالعبارة $i(t) = 0.45 \left(1 - e^{-10t}\right)$ حيث (t) بالثانية و (i) بالأمبير . أحسب المقادير التالية :

أ/ الشدة العظمى (I_0) للتيار الكهربائي المار في الدارة .

ب/ المقاومة (r) للوشيعة .

جـ/ الذاتية (L) للوشيعة .

د/ ثابت الزمن (τ) المميز للدارة .

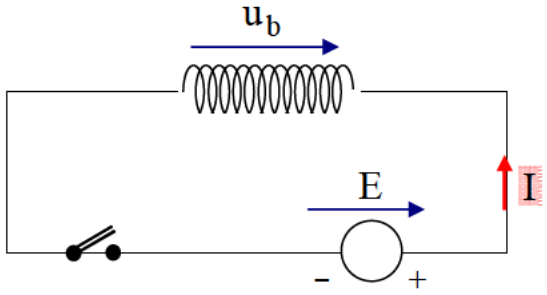
4-أ/ ما قيمة الطاقة المخزنة في الوشيعة في حالة النظام الدائم ؟

ب/ اكتب عبارة التوتر الكهربائي اللحظي بين طرفي الوشيعة .

جـ/ أحسب قيمة التوتر الكهربائي بين طرفي الوشيعة في اللحظة ($t = 0.3s$) .

حل التمرين

1- جهة مرور التيار و جهة سهم التوتر بين طرفي الوشيعة و بين طرفي المولد :



2- أ- إيجاد المعادلة التفاضلية :

حسب قانون جمع التوترات :

$$u_{AB} = u_L$$

$$E = L\frac{di}{dt} + ri$$

$$L\frac{di}{dt} + ri = E$$

و هي معادلة تفاضلية من الدرجة الأولى .

ب- إثبات أن المعادلة التفاضلية تقبل حل من الشكل $u(t) = I_0(1 - e^{-\frac{r}{L}t})$:

- $u(t) = I_0(1 - e^{-\frac{r}{L}t}) = \frac{E}{r}(1 - e^{-\frac{r}{L}t})$
- $\frac{du(t)}{dt} = \frac{E}{r}(0 - (-\frac{r}{L}e^{-\frac{r}{L}t})) = \frac{E}{r}\frac{r}{L}e^{-\frac{r}{L}t} = \frac{E}{L}e^{-\frac{r}{L}t}$

بالتعويض في المعادلة التفاضلية نجد :

$$L\frac{E}{L}e^{-\frac{r}{L}t} + r\frac{E}{r}(1 - e^{-\frac{r}{L}t}) = E$$

$$Ee^{-\frac{r}{L}t} + E(1 - e^{-\frac{r}{L}t}) = E$$

$$Ee^{-\frac{r}{L}t} + E - Ee^{-\frac{r}{L}t} = E \rightarrow E = E$$

إذن الحل المعطى هو حل للمعادلة التفاضلية .

3- أ- شدة التيار العظمى :

لدينا من جهة :

$$i = I_0(1 - e^{-\frac{r}{L}t}) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

ومن جهة أخرى لدينا :

$$i = 0.45(1 - e^{-10t}) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

بمطابقة العلاقتين (1) ، (2) نجد : $I_0 = 0.45\ A$.

ب- المقاومة r للوشيعة :

$$I_0 = \frac{E}{r} \rightarrow r = \frac{E}{I_0}$$

$$r = \frac{4.5}{0.45} = 10\,\Omega$$

جـ- الذاتية L للوشيعة :

بمطابقة العلاقتين (1) ، (2) :

$$\frac{r}{L} = 10 \rightarrow L = \frac{10}{r} = \frac{10}{10} = 1\,H$$

د- ثابت الزمن τ :

$$\tau = \frac{L}{r}$$

$$\tau = \frac{1}{10} = 0.1\,s$$

4- أ- الطاقة المخزنة في الوشيعة عند النظام الدائم :

$$E_{(L)} = \frac{1}{2}Li^2$$

عند النظام الدائم أين يكون : $i = I_0$ يمكن كتابة :

$$E_{(L)} = \frac{1}{2}LI_0^{\,2}$$

$$E_{(L)} = \frac{1}{2}.1.(0.45)^2 = 0.10\,J$$

ب- عبارة التوتر اللحظي بين طرفي الوشيعة :

$$u_b = L\frac{di}{dt} + ri$$

لدينا :

- $i = I_0(1 - e^{-\frac{r}{L}t}) = \frac{E}{r}(1 - e^{-\frac{r}{L}t})$
- $\frac{di}{dt} = \frac{E}{r}.(0 - (-\frac{r}{L}e^{-\frac{r}{L}t})) = \frac{E}{L}e^{-\frac{r}{L}t}$

بالتعويض في عبارة u_b نجد :

$$u_b = L.\frac{E}{L}e^{-\frac{r}{L}t} + r\frac{E}{r}(1-e^{-\frac{r}{L}t})$$

$$u_b = E\,e^{-\frac{r}{L}t} + E(1-e^{-\frac{r}{L}t})$$

$$u_b = E\,e^{-\frac{r}{L}t} + E - Ee^{-\frac{r}{L}t} \rightarrow u_b = E$$

أي أن التوتر بين طرفي الوشيعة يكون ثابت و مساوي لـ E (نذكر في حالة دارة لا تحتوي على ناقل أومي) .

جـ- قيمة التوتر بين طرفي الوشيعة عند $t = 0.3\ s$:

بما أن التوتر بين طرفي الوشيعة ثابت و يساوي E يكون :

$$t = 0.3\ s \rightarrow u_b = E = 4.5\ V$$