www.sites.google.com/site/faresfergani
Fares_Fergani@yahoo.Fr

تمارين مقترحة

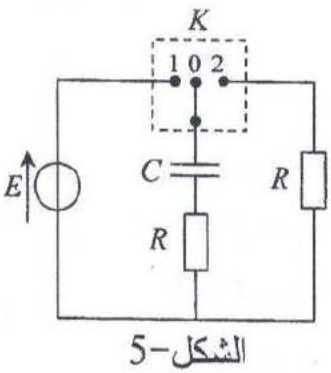
3AS U03 - Exercice 016

المحتوى المعرفي : دراسة ظواهر كهربائية .

تاريخ آخر تحديث : 2015/04/20

نص التمرين : (بكالوريا 2011 - رياضيات) (**)

نحقق الدارة (الشكل-5) ، و التي تتكون من مولد لتوتر ثابت E = 6.0 V ، مكثفة سعتها C = 250 µF و ناقلين أوميين متماثلين مقاومة كل منهما R = 200 Ω ، و بادلة K .



الشكل-5

أولا :

1- أعد رسم الدارة (الشكل-5) مبينا عليها جهة انتقال حاملات الشحنة و ما طبيعتها ؟ حدد شحنة كل لبوس و جهة التيار .

ب- ذكر بالعلاقة بين i(t) و q(t) و العلاقة بين $u_C(t)$ و q(t) . ثم استنتج العلاقة بين i(t) و $u_C(t)$.

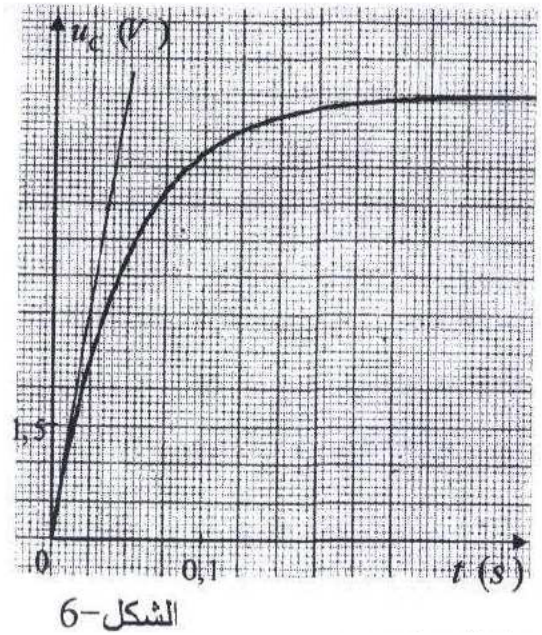
2- أ- أوجد العلاقة بين $u_R(t)$ و $u_C(t)$ و بين أن المعادلة التفاضلية التي يحققها $u_C(t)$ هي من الشكل :

$$\tau_1 \frac{du_C(t)}{dt} + u_C(t) = A$$

ب- أوجد القيمة العددية لكل من τ_1 و A .

جـ- أوجد من المعادلة التفاضلية وحدة τ_1 . عرفه .

3- أ- اقرأ على المنحنى البياني (الشكل-6) قيمة ثابت الزمن τ_1 ، و قارنها بالقيمة المحسوبة سابقا .



الشكل-6

ب- حدد بيانيا المدة الزمنية Δt الصغرى اللازمة لاعتبار المكثفة عمليا مشحونة . قارنها مع τ_1 .

ثانيا :

نضع البادلة على الوضع 2 .

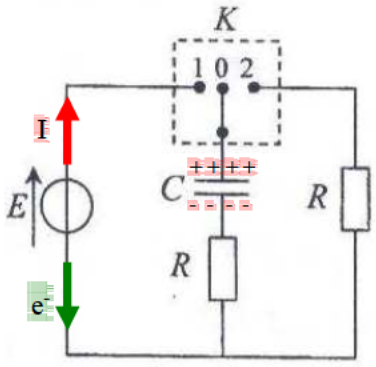
أ- ما هي الظاهرة الفيزيائية التي تحدث ؟ أكتب المعادلة التفاضلية لـ $u_C(t)$ الموافقة .

ب- أحسب τ_2 ، قارنها بـ τ_1 . ماذا تستنتج ؟

جـ- مثل بشكل تقريبي المنحنى البياني لتغير $u_C(t)$ مستعينا بالقيم المميزة .

حل التمرين

1- أ- رسم الدارة و تحديد شحنة كل لبوس :



- طبيعة حاملات الشحن تتمثل في الإلكترونات .

ب- العلاقة بين $i(t)$ ، $q(t)$:

$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt}$$

- العلاقة بين $u_C(t)$ ، $q(t)$:

$$u_C(t) = \frac{q(t)}{C}$$

- العلاقة بين $i(t)$ ، $u_C(t)$:

$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt} = \frac{d(C.u_C(t))}{dt} = C\frac{du_C(t)}{dt}$$

2- أ- العلاقة بين u_R و u_C :

$$u_R(t) = R\,i(t) = RC\frac{du_C(t)}{dt}$$

ب- المعادلة التفاضلية :

حسب قانون جمع التوترات :

$$E = u_R(t) + u_C(t)$$

$$E = RC\frac{du_C(t)}{dt} + u_C(t)$$

$$RC\frac{du_C(t)}{dt} + u_C(t) = E$$

هي من الشكل : $\tau_1\frac{du_C(t)}{dt} + u_C(t) = A$ حيث : $\tau_1 = RC$ ، $A = E$.

- قيمتي τ_1 و A :

$\tau_1 = RC = 200 \cdot 250 \cdot 10^{-6} = 0.05\ s$
$A = E = 6\ V$

جـ- وحدة τ :
مما سبق لدينا :

$$\tau_1 \frac{du_C(t)}{dt} + u_C(t) = A \rightarrow \tau_1 \frac{du_C(t)}{dt} = A - u_C(t) \rightarrow \tau_1 = \frac{A - u_C(t)}{\frac{du_C(t)}{dt}}$$

و بالتحليل البعدي :

$$[\tau] = \frac{[U]}{\frac{[U]}{[T]}} = [T] = s$$

تعريف τ :
هو ثابت الزمن و يوافق المدة الزمنية اللازمة لبلوغ التوتر بين طرفي المكثفة 67% من قيمته الأعظمية كما يمثل 20% من زمن اتمام الشحن .

3- أ- قيمة τ_1 :
بالإعتماد على طريقة المماس عند $t = 0$ نجد : $\tau = 0.05\ s$ ، و هي نفس النتيجة المتحصل عليها سابقا .

ب- القيمة الصغرى للمدة الزمنية Δt اللازمة لاعتبار المكثفة مشحونة :
بما أن المكثفة تعتبر مشحونة عندما تبلغ النظام الدائم و هذا النظام يتحقق من خلال البيان بعد مرور زمن لا يقل عن $\Delta t = 0.25\ s$.

- مقارنة Δt بـ τ_1 :

$$\frac{\Delta t}{\tau_1} = \frac{0.25}{0.05} = 5 \rightarrow \Delta t = 5\tau_1$$

ثانيا :
أ- عند وضع البادلة في الوضع (2) فإن الظاهرة الفيزيائية الحادثة هي ظاهرة تفريغ المكثفة في ناقل أومي .

- المعادلة التفاضلية :
حسب قانون جمع التوترات .

$$u_R + u'_R + u_C = 0$$
$$Ri + Ri + u_C = 0$$
$$2Ri + U_C = 0$$
$$2R\frac{dq}{dt} + u_C = 0$$
$$2R\frac{d(C.u_C)}{dt} + u_C = 0$$
$$2RC\frac{du_C}{dt} + u_C = 0$$

ب- حساب τ_2 :

$\tau_2 = 2RC = 2 \cdot 200 \cdot 250 \cdot 10^{-6} = 0.1 \text{ s}$

- المقارنة بين τ_2 و τ_1 :

$$\frac{\tau_2}{\tau_1} = \frac{0.1}{0.05} = 2 \quad \rightarrow \quad \tau_2 = 2\tau_1$$

الاستنتاج :

نستنتج أن مدة تفريغ المكثفة هي ضعف مدة شحنها عندما تصبح قيمة مقاومة دارة التفريغ ضعف قيمة مقاومة دارة الشحن .

جـ- التمثيل البياني :