www.sites.google.com/site/faresfergani
Fares_Fergani@yahoo.Fr

تمارين مقترحة

3AS U03 - Exercice 014

المحتوى المعرفي : دراسة ظواهر كهربائية .

تاريخ آخر تحديث : 2015/04/20

نص التمرين : (بكالوريا 2013 - علوم تجريبية) (**)

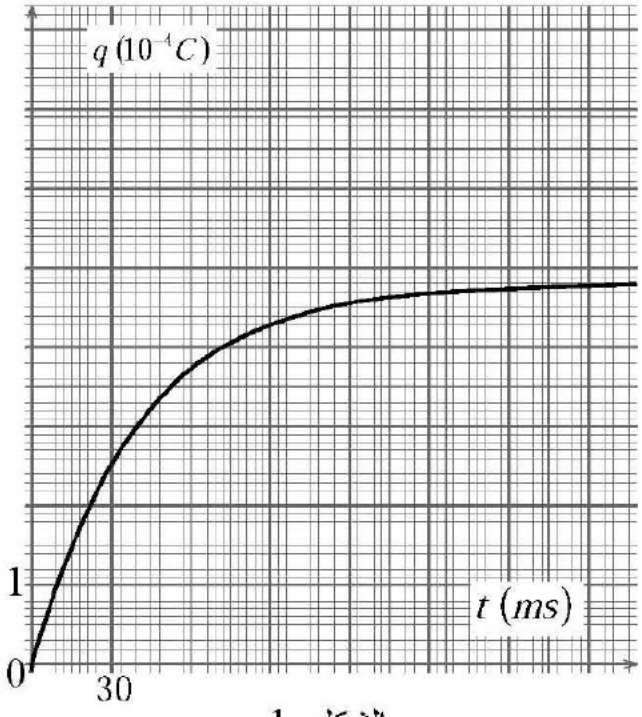
تتكون دارة كهربائية على التسلسل من : مولد للتوتر قوته المحركة الكهربائية E ، ناقل أومي مقاومته : $R = 1k\Omega$ و مكثفة سعتها C و قاطعة K .

1- ارسم الدارة الكهربائية مع توجيهها بالنسبة لشدة التيار و التوترين الكهربائيين .

2- جد المعادلة التفاضلية للدارة بدلالة q(t) خلال شحن المكثفة .

3- حل المعادلة التفاضلية السابقة ، يعطى بالشكل : $q(t) = Ae^{\alpha t} + B$. جد عبارة كل من A , B , C .

4- التمثيل البياني يمثل تطور شحنة المكثفة q(t) بدلالة الزمن t (الشكل-1) .



الشكل-1

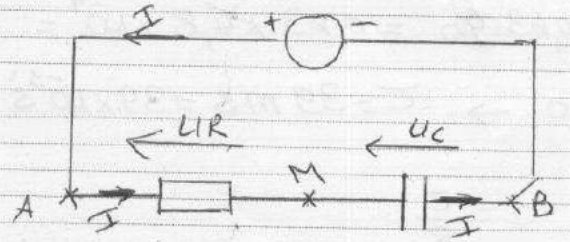
أ- استنتج بيانيا قيمة τ ثابت الزمن ، ثم أحسب C سعة المكثفة .

ب- استنتج قيمة E القوة المحركة الكهربائية للمولد .

جـ- أحسب الطاقة الكهربائية المخزنة في المكثفة في اللحظة $t = 200\ ms$.

حل التمرين

1- رسم الدارة مع توجيهها بالنسبة لشدة التيار والتوترين؟



2- المعادلة التفاضلية بدلالة $q(t)$:

حسب قانون جمع التوترات

$$u_{AB} = u_{AM} + u_{MB}$$

$$E = Ri + \frac{q}{C}$$

$$E = R\frac{dq}{dt} + \frac{1}{C}q$$

$$\frac{dq}{dt} + \frac{1}{RC}q = \frac{E}{R}$$

3- عبارة α ، B ، A :

$$q = Ae^{\alpha t} + B$$

$$\frac{dq}{dt} = A\alpha e^{\alpha t}$$

بالتعويض في المعادلة التفاضلية :

$$A\alpha e^{\alpha t} + \frac{1}{RC}\left(Ae^{\alpha t} + B\right) = \frac{E}{R}$$

$$A\alpha e^{\alpha t} + \frac{A}{RC}e^{\alpha t} + \frac{B}{RC} = \frac{E}{R}$$

$$\left(A\alpha + \frac{A}{RC}\right)e^{\alpha t} + \frac{B}{RC} = \frac{E}{R}$$

الحل العام مقبول للمعادلة التفاضلية ولكي تتحقق المساواة يجب أن يكون :

• $\alpha + \frac{1}{RC} = 0 \rightarrow \alpha = -\frac{1}{RC}$

• $\frac{B}{RC} = \frac{E}{R} \rightarrow B = EC$

عند اللحظة $t=0$ (بداية الشحن) يكون $q=0$ بالتعويض في العبارة $q(t)$:

$0 = Ae^{\alpha(0)} + B$

$A + B = 0 \rightarrow A = -B = -EC$

4- قيمة τ:

$t=\tau \rightarrow q = 0{,}63\, Q_0 = 0{,}63 \times 4{,}8 \times 10^{-4} = 3{,}0 \times 10^{-4}$

بالإسقاط نجد: $\tau = 1{,}3(cm) \times 30 \rightarrow \tau = 39\,ms = 39 \times 10^{-3}\,s$

* قيمة C:

$\tau = RC \rightarrow C = \frac{\tau}{R}$

$C = \frac{39 \times 10^{-3}}{10^3} = 3{,}9 \times 10^{-5}\,F = 39\,\mu F$

* قيمة E:

من البيان:

$Q_0 = 4{,}8 \times 10^{-4}\,C$

ولدينا:

$Q_0 = EC \rightarrow E = \frac{Q_0}{C}$

$E = \frac{4{,}8 \times 10^{-4}}{3{,}9 \times 10^{-5}} = 12\,V$

ج- طاقة المكثفة عند $t=200\,ms$:

عند اللحظة $t=200\,ms$ تكون الدارة في حالة شحن دائم، وعندها تكون الطاقة أعظمية أي:

$(E_{(c)})_{t=200\,ms} = E_{c0} = \frac{1}{2} C E^2$

$(E_{(c)})_{t=200} = \frac{1}{2} \times 3{,}9 \times 10^{-5} (12)^2 = 2{,}8 \times 10^{-3}\,J$

طريقة أخرى:

لدينا: $E_{(c)} = \frac{1}{2} C u_c^2$

وحيث أن $u_c = \frac{q}{C}$ يمكن كتابة:

$E_{(c)} = \frac{1}{2} C \cdot \frac{q^2}{C^2} = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C}$

عند اللحظة $t=200\,ms$ يكون $q = Q_0 = 4{,}8 \times 10^{-4}\,C$ ومنه:

$(E_{(c)})_{t=200\,ms} = \frac{1}{2} \frac{Q_0^2}{C} = \frac{1}{2} \cdot \frac{(4{,}8 \times 10^{-4})^2}{3{,}9 \times 10^{-5}} = 2{,}9 \times 10^{-3}\,J$