www.sites.google.com/site/faresfergani
Fares_Fergani@yahoo.Fr

تمارين مقترحة

3AS U03 - Exercice 012

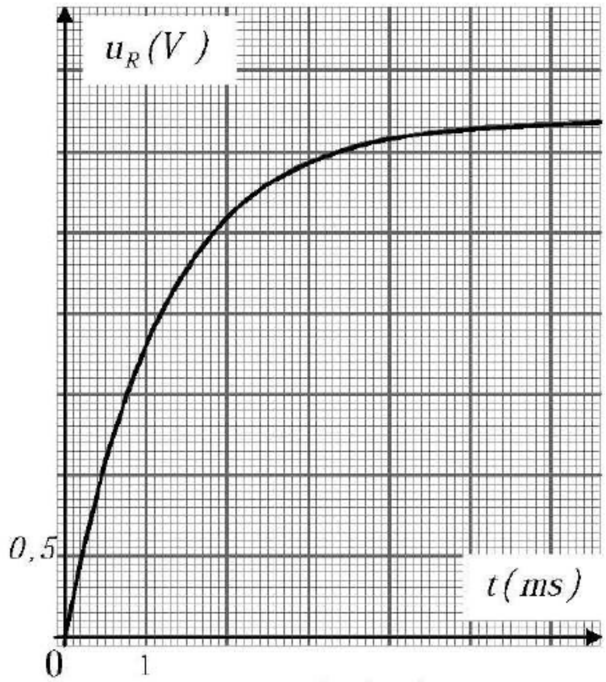
المحتوى المعرفي : دراسة ظواهر كهربائية .

تاريخ آخر تحديث : 2015/04/20

نص التمرين : (بكالوريا 2013 - علوم تجريبية) (**)

تتكون دارة كهربائية على التسلسل من مولد للتوتر قوته المحركة الكهربائية E ، وشيعة $(L , r = 5\Omega)$ ، ناقل أومي مقاومته : $R = 10\ \Omega$ و قاطعة K .

نغلق القاطعة K في اللحظة : $t = 0$ ، و بواسطة راسم اهتزاز مهبطي ذي ذاكرة ، نشاهد التمثيل البياني $u_R = f(t)$ (الشكل) .



1- ارسم الشكل التخطيطي للدارة الكهربائية ، موضحا عليها كيفية ربط راسم الاهتزاز المهبطي .

2- باستخدام قانون جمع التوترات ، بين أن المعادلة التفاضلية $u_R(t)$ بين طرفي الناقل الأومي تكون على الشكل :

$$\frac{du_R}{dt} + \frac{(R+r)}{L}u_R = \frac{R}{L}E$$

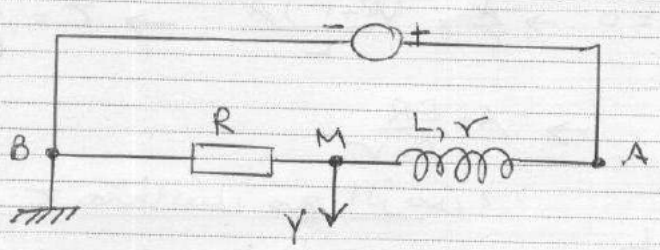
3- العبارة $u_R = A(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$ ، تمثل حلا للمعادلة التفاضلية السابقة . جد عبارة كل من A و τ .

4- بالتحليل البعدي بين أن : τ متجانس مع الزمن ، ثم حدد قيمته بيانيا .

5- استنتج قيمة كل من : L ذاتية الوشيعة و E القوة المحركة الكهربائية للمولد .

حل التمرين

1- رسم الدارة وكيفية وصلها براسم الاهتزاز المهبطي :



2- المعادلة التفاضلية بدلالة $u_R(t)$:

حسب قانون جمع التوترات :

$$E = u_b + u_R$$

$$E = L\frac{di}{dt} + ri + u_R$$

$$L\frac{di}{dt} + (R+r)i = E$$

لدينا :

$$u_R = Ri \rightarrow i = \frac{1}{R}u_R$$

$$\frac{di}{dt} = \frac{1}{R}\frac{du_R}{dt}$$

ومنه :

$$\frac{L}{R}\frac{du_R}{dt} + \frac{(R+r)}{R}\cdot u_R = E$$

بضرب الطرفين في $\frac{R}{L}$ نجد :

$$\frac{\cancel{R}}{\cancel{L}}\cdot\frac{\cancel{L}}{\cancel{R}}\frac{du_R}{dt} + \frac{\cancel{R}}{L}\frac{(R+r)}{\cancel{R}}u_R = \frac{ER}{L}$$

$$\frac{du_R}{dt} + \frac{R+r}{L}u_R = \frac{ER}{L}$$

3- عبارة A و τ :

$$u_R = A(1 - e^{-t/\tau})$$

$$\frac{du_R}{dt} = A\left(0 - \left(-\frac{1}{\tau}e^{-t/\tau}\right)\right) = \frac{A}{\tau}e^{-t/\tau}$$

بالتعويض في المعادلة التفاضلية :

$$\frac{A}{\tau}e^{-t/\tau}+\frac{R+r}{L}.A\left(1-e^{-t/\tau}\right)=\frac{ER}{L}$$

$$\frac{A}{\tau}e^{-t/\tau}+\frac{(R+r)A}{L}-\frac{(R+r)A}{L}e^{-t/\tau}=\frac{ER}{L}$$

$$\left(\frac{A}{\tau}-\frac{R+r}{L}\times A\right)e^{-t/\tau}+\frac{(R+r)A}{\tau}=\frac{ER}{L}$$

- الحل المعطى هو حل للمعادلة التفاضلية و لكي تتحقق المساواة يجب أن يكون :

- $\frac{A}{\tau}-\frac{(R+r)A}{L}=0 \rightarrow \frac{A}{\tau}=\frac{(R+r)A}{L} \rightarrow \tau=\frac{L}{R+r}$

- $\frac{(R+r)A}{L}=\frac{ER}{L} \rightarrow A=\frac{ER}{R+r}$

4- إثبات أن τ متجانس مع الزمن :

$$\tau=\frac{L}{R+r}=\frac{L}{R_T}$$

$$[\tau]=\frac{[L]}{[R]}$$

لدينا :

- $u_R=Ri \rightarrow [U]=[R][I] \rightarrow [R]=\frac{[U]}{[I]}$

- $u_L=L\frac{di}{dt} \rightarrow [U]=[L].\frac{[I]}{[T]} \rightarrow [L]=\frac{[U][T]}{[I]}$

و منه :

$$[\tau]=\frac{\frac{[U][T]}{[I]}}{\frac{[U]}{[I]}} \rightarrow [\tau]=[T]$$

إذن ثابت الزمن متجانس مع الزمن .

* قيمة τ :

$$t=\tau \rightarrow u_R=0{,}63\,u_{Rmax}=0{,}63\,(6{,}4\times0{,}5)\simeq2\,V$$

بالإسقاط نجد : $\tau=1{,}2\,ms$

5- قيمة L :

$$\tau=\frac{L}{R+r} \rightarrow L=\tau(R+r)$$

$$L=1{,}2\times10^{-3}(10+5)=1{,}8\times10^{-2}\,H$$

* قيمة E :

اعتمادا على ما سبق يمكن كتابة :

$$u_R=\frac{ER}{R+r}\left(1-e^{-t/\tau}\right)$$

$$t=\infty \rightarrow (u_R)_{t=\infty}=\frac{ER}{R+r}$$

و لدينا من البيان :

$$t=\infty \rightarrow (u_R)_{t=\infty}=6{,}4\times0{,}5=3{,}2\,V \rightarrow E=\frac{(u_R)_{t=\infty}(R+r)}{R}=\frac{3{,}2(10+5)}{10}\simeq4{,}8\,V$$