www.sites.google.com/site/faresfergani
Fares_Fergani@yahoo.Fr

تمارين مقترحة

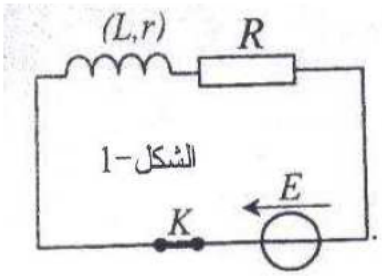
3AS U03 - Exercice 010

المحتوى المعرفي : دراسة ظواهر كهربائية .

تاريخ آخر تحديث : 2015/04/20

نص التمرين : (بكالوريا 2011 - رياضيات) (**)

بهدف تعيين الثابتين (L,r) المميزين لوشيعة ، نحقق الدارة الكهربائية (الشكل-1) ، حيث : $E = 9V$ و $R = 45\ \Omega$
في اللحظة $t = 0\ s$ نغلق القاطعة K .



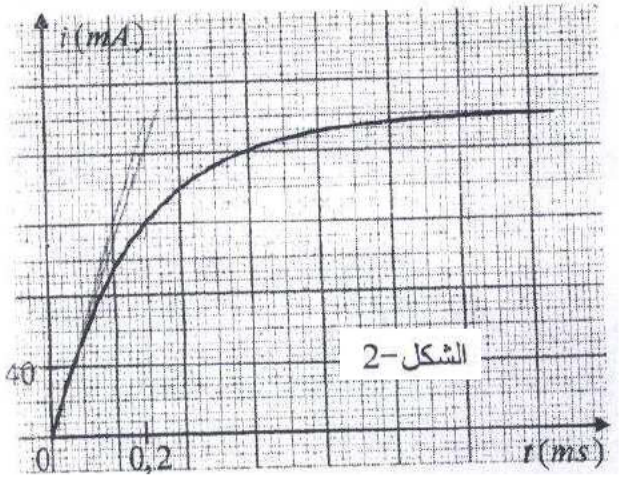
الشكل-1

1- باستخدام قانون جمع التوترات ، بين أن المعادلة التفاضلية لشدة التيار الكهربائي هي : $\frac{di(t)}{dt} + \frac{i(t)}{\tau} = \frac{E}{L}$

2- العبارة $i(t) = A\,(1 - e^{-t/\tau})$ هي حل للمعادلة التفاضلية . أوجد الثابت A . ماذا يمثل .

3- عبر عن ثابت الزمن τ بدلالة L ، r و R و بين بالتحليل البعدي أنه متجانس مع الزمن .

4- بواسطة لاقط أمبير متر موصول بالدارة و مرتبط بواجهة دخول لجهاز إعلام آلي مزود ببرمجية مناسبة ، نحصل على التطور الزمني للتيار الكهربائي i(t) (الشكل-2) .



الشكل-2

أ- أوجد بيانيا قيمة ثابت الزمن τ ، مع شرح الطريقة المتبعة .

ب- أوجد قيمة المقاومة r ، ثم احسب قيمة ذاتية الوشيعة L .

5- احسب الطاقة الأعظمية المخزنة في الوشيعة .

حل التمرين

1- المعادلة التفاضلية :

حسب قانون جمع التوترات :

$$E = u_b + u_R$$

$$E = L\frac{di}{dt} + r\,i + R\,i$$

$$L\frac{di}{dt} + (R+r)\,i = E$$

$$\frac{di}{dt} + \frac{(R+r)}{L}\,i = \frac{E}{L}$$

و حيث أن $\tau = \frac{L}{R+r}$ يكون :

$$\frac{di}{dt} + \frac{1}{\tau}\,i = \frac{E}{L}$$

2- الثابت A :

- $i = A\,(1 - e^{-t/\tau})$
- $\frac{di}{dt} = A\,(0 - (-\frac{1}{\tau}e^{-t/\tau})) = \frac{A}{\tau}e^{-t/\tau}$

بالتعويض في المعادلة التفاضلية :

$$\frac{A}{\tau}e^{-t/\tau} + \frac{A}{\tau}(1 - e^{-t/\tau}) = \frac{E}{L}$$

$$\frac{A}{\tau}e^{-t/\tau} + \frac{A}{\tau} - \frac{A}{\tau}e^{-t/\tau} = \frac{E}{L}$$

$$\frac{A}{\tau} = \frac{E}{L}$$

$$A = \tau\frac{E}{L} = \frac{L}{R+r}.\frac{E}{L} \rightarrow A = \frac{E}{R+r}$$

يمثل A الشدة الأعظمية للتيار أو شدة التيار في النظام الدائم عند غلق القاطعة .

3- عبارة τ بدلالة L ، r ، R :

$$\tau = \frac{L}{R+r} = \frac{L}{R_T}$$

- إثبات أن τ متجانس مع الزمن :

من عبارة τ السابقة و بالتحليل البعدي :

$$[\tau]=\frac{[L]}{[R]}$$

لدينا :

- $u_b = L\frac{di}{dt} \rightarrow [U]=[L]\frac{[I]}{[T]} \rightarrow [L]=\frac{[U][T]}{[I]}$
- $u_R = R\,i \rightarrow [U]=[R][I] \rightarrow [R]=\frac{[U]}{[I]}$

بالتعويض في عبارة $[\tau]$ السابقة نجد :

$$[\tau]=\frac{\frac{[U][T]}{[I]}}{\frac{[U]}{[I]}} \rightarrow [\tau]=[T]=s$$

إذن ثابت الزمن τ متجانس مع الزمن .

4- أ- قيمة τ و الطريقة المتبعة :

من البيان $I_0 = 0.18\ A$ و حسب تعريف ثابت الزمن τ يكون :

$$t=\tau \rightarrow i = 0.63\ I_0 = 0.63\ .\ 0.18 = 0.11\ A$$

بالإسقاط في البيان مع الأخذ بعين الاعتبار سلم الرسم نجد : $\tau = 0.2\ ms$.

د- قيمة r :

$$I_0=\frac{E}{R+r} \rightarrow R+r=\frac{E}{I_0} \rightarrow r=\frac{E}{I_0}-R$$

$$r=\frac{9}{0.18}-45=5\,\Omega$$

- قيمة L :

$$\tau=\frac{L}{R+r} \rightarrow L=\tau\,(R+r)$$

$$L=0.2.10^{-3}\,(45+5)=10^{-2}\ H$$

5- الطاقة الأعظمية في الوشيعة :

$$E_{(L)0}=\frac{1}{2}L\,I_0{}^2$$

$$E_{(L)0}=0.5.10^{-2}\,(0.18)^2=1.62.10^{-4}\ J$$