تمارين مقترحة

www.sites.google.com/site/faresfergani
Fares_Fergani@yahoo.Fr

3AS U03 - Exercice 008

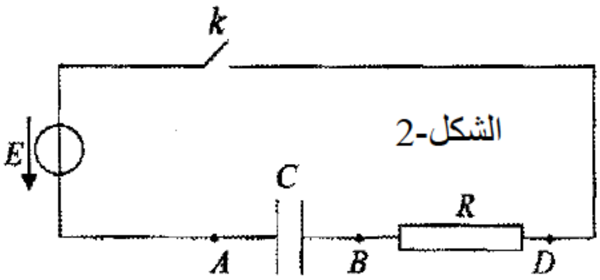
المحتوى المعرفي : دراسة ظواهر كهربائية .

تاريخ آخر تحديث : 2015/04/20

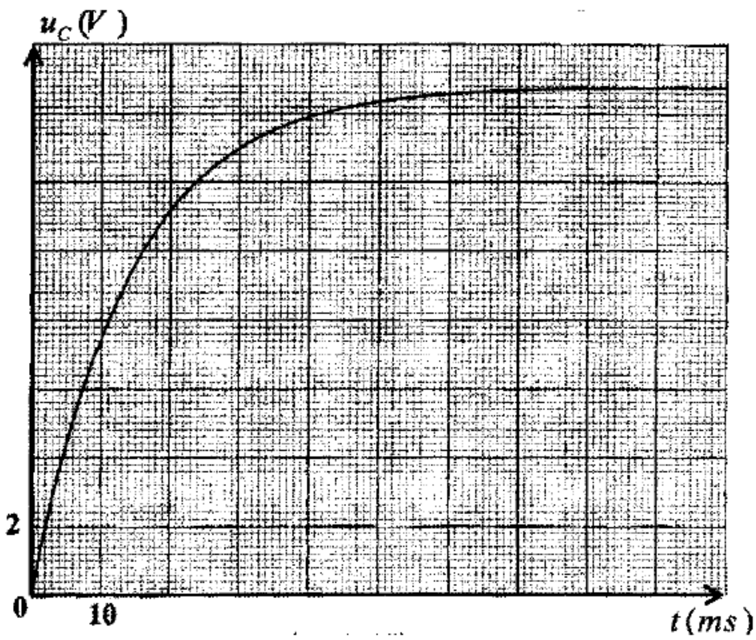
نص التمرين : (بكالوريا 2010 – رياضيات) (**)

نربط على التسلسل العناصر الكهربائية التالية :

- ناقل أومي مقاومته $R = 500\ \Omega$.
- مكثفة سعتها C غير مشحونة .
- مولد ذي توتر كهربائي ثابت E .
- قاطعة k (الشكل-2) .



مكنت متابعة تطور التوتر الكهربائي $u_C(t)$ بين لبوسي المكثفة برسم البيان (الشكل-3) .



1- عمليا يكتمل شحن المكثفة عندما يبلغ التوتر بين طرفيها 99% من قيمة التوتر الكهربائي بين طرفي المولد .
اعتمادا على البيان :
أ/ عين قيمة ثابت الزمن τ و قيمة التوتر الكهربائي بين طرفي المولد ثم أحسب سعة المكثفة C .
ب/ حدد المدة الزمنية t' لاكتمال عملية شحن المكثفة .
جـ/ ما هي العلاقة بين t' و τ ؟
2/ بتطبيق قانون جمع التوترات أوجد المعادلة التفاضلية بدلالة التوتر الكهربائي بين طرفي المكثفة : $u_{AB} = u_C$ ، ثم بين أنها تقبل حلا من الشكل : $u_C = E(1 - e^{-t/\tau})$.
3/ أوجد قيمة الطاقة الكهربائية المخزنة E_C في المكثفة عند اللحظات : $t_0 = 0$ ، $t_1 = \tau$ ، $t_2 = 5\tau$.
4/ توقع (رسم كيفي) شكل المنحنى $E_C = f(t)$.

حل التمرين

1- أ- ثابت الزمن τ

$t=\tau \rightarrow u_C = 0.63\ u_{Cmax} = 0.63\ .\ (2\ .\ 7.4) = 9.3$

بالإسقاط مع الأخذ بعين الاعتبار سلم الرسم نجد : $\tau \approx 14\ ms$.

التوتر الكهربائي بين طرفي المولد :

- عند نهاية الشحن (النظام الدائم) يساوي التوتر بين طرفي المكثفة القيمة E (القوة المحركة الكهربائية للمولد) و من البيان يكون :

$E = 7.4\ .\ 2 = 14.8\ V$

سعة المكثفة :

$$\tau = RC \rightarrow C = \frac{\tau}{R}$$

$$C = \frac{14.10^{-3}}{500} = 2.8.10^{-5}\ F = 28\ \mu F$$

ب- المدة الزمنية t' لاكتمال عملية الشحن :

من البيان تكتمل عملية الشحن تقريبا عند اللحظة :

$t' = 7\ .\ 10 = 70\ ms$

جـ- العلاقة بين t' و τ :

$t' = 70\ ms\ ,\ \tau = 14\ ms \ \rightarrow\ t' = 5\tau$

2- المعادلة التفاضلية :

حسب قانون جمع التوترات :

$u_{AD} = u_{AB} + u_{BC}$

$E = u_C + Ri$

$$E = u_C + R\frac{dq}{dt}$$

$$E = u_C + R\frac{d(Cu_C)}{dt}$$

$$u_C + RC\frac{du_C}{dt} = E$$

$$\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{RC}u_C = \frac{E}{RC}$$

إثبات حل للمعادلة التفاضلية :

- $u_C = E(1 - e^{-t/\tau})$

- $\frac{du_C}{dt} = \frac{E}{\tau} e^{-t/\tau}$

بالتعويض في المعادلة التفاضلية نجد :

$$\frac{E}{\tau} e^{-t/\tau} + \frac{1}{RC} . E(1 - e^{-t/\tau}) = \frac{E}{RC}$$

$$\frac{E}{RC} e^{-t/\tau} + \frac{E}{RC} - \frac{E}{RC} e^{-t/\tau} = \frac{E}{RC} \quad \rightarrow \quad \frac{E}{RC} = \frac{E}{RC}$$

إذن الحل المعطى هو حل للمعادلة التفاضلية .

3- قيمة الطاقة الكهربائية عند اللحظات $t_0 = 0$ ، $t = \tau$ ، $t = 5\tau$:

$$E_{(C)} = \frac{1}{2} C {u_C}^2$$

و بما أن : $u_C = E(1 - e^{-t/\tau})$ يكون :

$$E_{(C)} = \frac{1}{2} C E^2 (1 - e^{-t/\tau})^2$$

$$t = 0 \rightarrow E_{(C)} = 0$$

$$t = \tau \rightarrow E_{(C)} = \frac{1}{2} C E^2 (1 - e^{-1})^2 = 0.5 . 2.8 . 10^{-5} . (14.8)^2 . (0.63)^2 = 1.21 . 10^{-3} \text{ J}$$

$$t = 5\tau \rightarrow E_{(C)} = \frac{1}{2} C E^2 (1 - e^{-5}) = 0.5 . 2.8 . 10^{-5} . (14.8)^2 . (0.99)^2 = 3.0 . 10^{-3} \text{ J}$$

4- البيان $E_{(C)} = f(t)$ بشكل كيفي :