www.sites.google.com/site/faresfergani
Fares_Fergani@yahoo.Fr

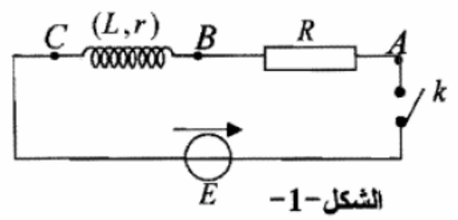
تمارين مقترحة

3AS U03 - Exercice 006

المحتوى المعرفي : دراسة ظواهر كهربائية .

تاريخ آخر تحديث : 2015/04/20

نص التمرين : (بكالوريا 2009 – رياضيات) (**)



الشكل-1-

نربط على التسلسل العناصر الكهربائية التالية :
- مولد ذي توتر ثابت $(E = 12V)$.
- وشيعة ذاتيتها $(L = 300\ mH)$ ومقاومتها $(r = 10\Omega)$.
- ناقل أومي مقاومته $(R = 110\Omega)$.
- قاطعة (k) . (الشكل-1) .

1- في اللحظة $(t = 0\ s)$ نغلق القاطعة (k) : أوجد المعادلة التفاضلية التي تعطي شدة التيار الكهربائي في الدارة .

2- كيف يكون سلوك الوشيعة في النظام الدائم ؟ و ما هي عندئذ عبارة شدة التيار الكهربائي I_0 الذي يجتاز الدارة ؟

3- باعتبار العلاقة $i = A\,(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$ حلا للمعادلة التفاضلية المطلوبة في السؤال-1 .

أ/ أوجد العبارة الحرفية لكل من A و τ .

ب/ استنتج عبارة التوتر الكهربائي u_{BC} بين طرفي الوشيعة .

4/أ/ أحسب قيمة التوتر الكهربائي u_{BC} في النظام الدائم .

ب/ارسم كيفيا شكل البيان $u_{BC} = f(t)$.

حل التمرين

1- المعادلة التفاضلية بدلالة u_C :

حسب قانون جمع التوترات :

$$u_{AC} = u_{AB} + u_{BC}$$

$$E = Ri + L\frac{di}{dt} + ri \quad .... (1)$$

$$L\frac{di}{dt} + (R+r)\,i = E$$

$$\frac{di}{dt} + \frac{R+r}{L}i = \frac{E}{L}$$

و هي معادلة تفاضلية من الدرجة الأولى .

2- في النظام الدائم تسلك الوشيعة سلوك ناقل أومي لأن : $\frac{di}{dt} = 0$ و يصبح $u_{BC} = ri$

- عبارة شدة التيار :

من العلاقة (1) التي تحصلنا عليها بتطبيق قانون جمع التوترات و باعتبار $\frac{di}{dt} = 0$ يكون :

$$E = Ri + ri$$

$$(R+r)\,i = E \;\; \rightarrow \;\; i = \frac{E}{R+r}$$

3- أ- عبارة A ، τ :

- $i = A\,(1 - e^{-t/\tau})$
- $\frac{di}{dt} = A(\,0 - (-\frac{1}{\tau}e^{-t/\tau}) = \frac{A}{\tau}e^{-t/\tau}$

بالتعويض في المعادلة التفاضلية :

$$\frac{A}{\tau}e^{-t/\tau} + \frac{R+r}{L}.A\,(1 - e^{-t/\tau}) = \frac{E}{L}$$

$$\frac{A}{\tau}e^{-t/\tau} + \frac{(R+r)A}{L} - \frac{(R+r)A}{L}e^{-t/\tau} = \frac{E}{L}$$

$$(\frac{A}{\tau} - \frac{(R+r)A}{L})e^{-t/\tau} + \frac{(R+r)A}{L} = \frac{E}{L}$$

الحل المعطى هو حل للمعادلة التفاضلية و لكي تتحقق المساواة يجب أن يكون :

- $(\frac{A}{\tau} - \frac{(R+r)A}{L}) = 0 \rightarrow \frac{A}{\tau} = \frac{(R+r)A}{L} \rightarrow \tau = \frac{L}{R+r}$
- $\frac{(R+r)A}{L} = \frac{E}{L} \rightarrow A = \frac{E}{R+r}$

ب- عبارة التوتر u_{BC} بين طرفي الوشيعة :

حسب قانون جمع التوترات :

$u_{AB} = u_{AB} + u_{BC}$
$E = u_{AB} + u_{BC}$
$u_{BC} = E - u_{AB}$
$u_{BC} = E - Ri$

لدينا عند غلق القاطعة :

$$i = I_0\,(1 - e^{-t/\tau}) = \frac{E}{R+e}(1 - e^{-t/\tau})$$

و منه يصبح :

$$u_{BC} = E - R.\frac{E}{R+e}(1 - e^{-t/\tau})$$
$$u_{BC} = E - \frac{ER}{R+e}(1 - e^{-t/\tau})$$
$$u_{BC} = E - \frac{ER}{R+r} + \frac{ER}{R+r}e^{-t/\tau}$$
$$u_{BC} = \frac{ER + Er - ER}{R+r} + \frac{ER}{R+r}e^{-t/\tau}$$
$$u_{BC} = \frac{Er}{R+r} + \frac{ER}{R+r}e^{-t/\tau}$$

4- أ- قيمة u_{BC} في النظام الدائم :

في النظام الدائم $(t = \infty)$ يكون $e^{-t/\tau} = 0$ ، بالتعويض في عبارة u_{BC} يكون :

$$u_{BC} = E\,(0) + \frac{Er}{R+r}(1 - (0)) = \frac{Er}{R+r}$$
$$u_{BC} = \frac{Er}{R+r} = \frac{10.12}{110+10} = 1V$$

ب- رسم البيان بشكل كيفي $u_{BC} = f(t)$: