www.sites.google.com/site/faresfergani
Fares_Fergani@yahoo.Fr

تمارين مقترحة

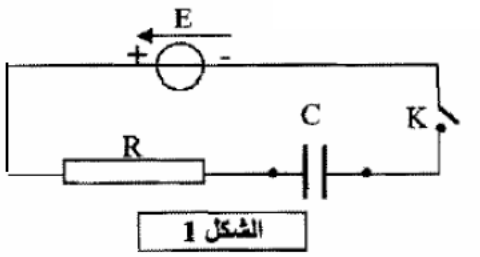
3AS U03 - Exercice 004

المحتوى المعرفي : دراسة ظواهر كهربائية .

تاريخ آخر تحديث : 2015/04/20

نص التمرين : (بكالوريا 2009 – علوم تجريبية) (**)

تتكون الدارة الكهربائية المبينة في الشكل-1 من العناصر التالية موصولة على التسلسل :



الشكل 1

- مولد كهربائي توتره ثابت $E = 6\ V$.
- مكثفة سعتها $C = 1.2\ \mu F$.
- ناقل أومي مقاومته $R = 5\ k\Omega$.
- قاطعة K .

نغلق القاطعة :

1- بتطبيق قانون جمع التوترات أوجد المعادلة التفاضلية التي تربط بين $u_C(t)$ ، $\frac{du_C(t)}{dt}$ ، E ، R و C .

2- تحقق من أن المعادلة التفاضلية المحصل عليها تقبل العبارة : $u_C(t) = E\left(1 - e^{-\frac{1}{RC}t}\right)$ كحل لها .

3- حدد وحدة المقدار RC ، ما مدلوله العملي بالنسبة للدارة الكهربائية ؟ اذكر اسمه .

4- أحسب قيمة التوتر الكهربائي $u_C(t)$ في اللحظات المدونة في الجدول التالي :

t(ms)	0	6	12	18	24
u_C (V)					

5- أرسم المنحنى البياني $u_C = f(t)$.

6- أوجد العبارة الحرفية للشدة اللحظية للتيار الكهربائي i(t) بدلالة E ، R ، C ، ثم أوجد قيمتها في اللحظتين ($t = 0$) و ($t = \infty$) .

7- أكتب عبارة الطاقة الكهربائية المخزنة في المكثفة ، أحسب قيمتها عندما ($t = \infty$) .

حل التمرين

1- إيجاد المعادلة التفاضلية :

حسب قانون جمع التوترات :

$$E = u_R + u_C$$
$$E = Ri + u_C$$
$$E = R\frac{dq}{dt} + u_C$$
$$E = R\frac{d(C.u_C)}{dt} + u_C$$
$$RC\frac{du_C}{dt} + u_C = E$$
$$\frac{di}{dt} + \frac{1}{RC}u_C = \frac{E}{RC}$$

2- إثبات أن $u_C = E(1 - e^{-\frac{1}{RC}t})$ هو حل للمعادلة التفاضلية :

لدينا :

- $u_C = E(1 - e^{-\frac{1}{RC}t})$
- $\frac{du_C}{dt} = \frac{E}{RC}e^{-\frac{1}{RC}t}$

بالتعويض في المعادلة التفاضلية :

$$\frac{E}{RC}e^{-\frac{1}{RC}t} + \frac{E}{RC}(1 - e^{-\frac{1}{RC}t}) = \frac{E}{RC}$$
$$\frac{E}{RC}e^{-\frac{1}{RC}t} + \frac{E}{RC} - \frac{E}{RC}e^{-\frac{1}{RC}t} = \frac{E}{RC} \rightarrow \frac{E}{RC} = \frac{E}{RC}$$

إذن الحل المعطى هو حل للمعادلة التفاضلية .

3- تحديد وحدة $\tau = RC$:

$$[RC] = [R][C]$$
$$[RC] = \frac{[U]}{[I]}\frac{[Q]}{[U]} = \frac{[Q]}{[I]} = \frac{[I][T]}{[I]} \rightarrow [\tau] = [T] = s$$

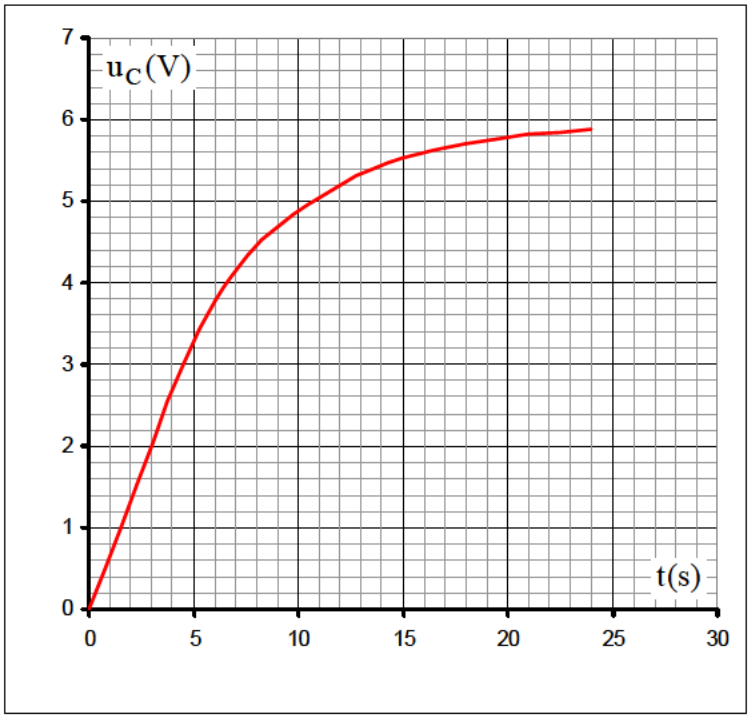
إذن τ يقدر بالثانية .

- المدول العلمي : هو المدة اللازمة لشحن المكثفة بنسبة 63% كما يمثل 20% من زمن اتمام الشحن .
- إسمه : ثابت الزمن

4- الجدول :

t (ms)	0	6	12	18	24
u_C (V)	0	3.79	5.19	5.70	5.89

5- البيان $u_C = f(t)$:



6- العبارة الحرفية لـ $i = f(t)$:

$$i = \frac{dq}{dt} = \frac{d(C\,u_C)}{dt} = C\frac{du_C}{dt}$$

لدينا :

- $u_C = E(1 - e^{-\frac{1}{RC}t})$
- $\frac{du_C}{dt} = \frac{E}{RC}e^{-\frac{1}{RC}t}$

و منه يصبح :

$$i = C\frac{E}{RC}e^{-\frac{1}{RC}t} \rightarrow i = \frac{E}{R}e^{-\frac{1}{RC}t}$$

$$t = 0 \rightarrow i = I_0 = \frac{E}{R} = \frac{6}{5} = 1.2\ A$$

$$t = \infty \rightarrow i = 0$$

7- عبارة الطاقة المخزنة في المكثفة :

$$E_{(C)} = \frac{1}{2} C u_C^2$$

و حيث أن : $u_C = E(1 - e^{-\frac{1}{RC}t})$ يكون :

$$E_{(C)} = \frac{1}{2} C E^2 (1 - e^{-t/RC})^2$$

قيمتي $E_{(C)}$ عند اللحظتين $t = 0$ ، $t = \infty$:

▪ $t \to \infty \rightarrow E_{(C)} = \frac{1}{2} C E^2 \rightarrow E_{(C)} = \frac{1}{2}.1.2.10^{-6} (6)^2 = 2.16.10^{-5}\ J = 21.6\,\mu J$