www.sites.google.com/site/faresfergani
Fares_Fergani@yahoo.Fr

تمارين مقترحة

3AS U03 - Exercice 002

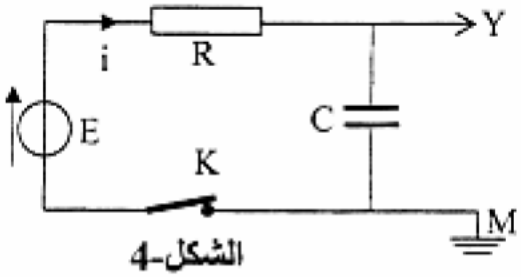
المحتوى المعرفي : دراسة ظواهر كهربائية .

تاريخ آخر تحديث : 2015/04/20

نص التمرين : (بكالوريا 2008 – علوم تجريبية) (**)

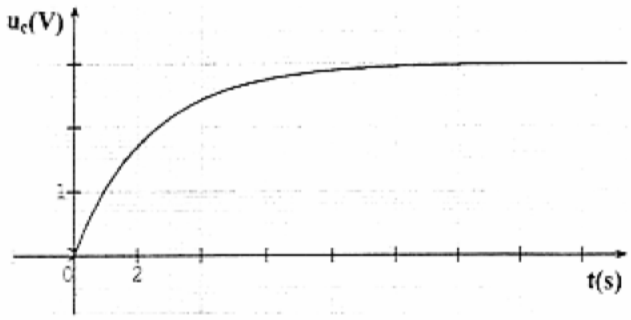
قصد شحن مكثفة مفرغة ، سعتها (C) ، نربطها على التسلسل مع العناصر الكهربائية التالية :

- مولد كهربائي ذو توتر ثابت $E = 3\ V$ مقاومته الداخلية مهملة .
- ناقل أومي مقاومته $R = 10^4\ \Omega$.
- قاطعة K .



الشكل-4

لإظهار التطور الزمني للتوتر الكهربائي $u_c(t)$ بين طرفي المكثفة . نصلها براسم اهتزاز مهبطي ذي ذاكرة (الشكل-4) .
نغلق القاطعة K في اللحظة $t = 0$ فنشاهد على شاشة راسم الاهتزاز المهبطي المنحنى $u_c(t)$ الممثل في الشكل-5



1- ما هي شدة التيار الكهربائي المار في الدارة بعد مدة $\Delta t = 15\ s$ من غلقها ؟
2- أعط العبارة الحرفية لثابت الزمن τ ، و بين أن له نفس وحدة قياس الزمن .
3- عين بيانيا قيمة τ و استنتج السعة (C) للمكثفة . (الحل غير موجود)
4- بعد غلق القاطعة (في اللحظة $t = 0$) :
أ/ اكتب عبارة شدة التيار الكهربائي $i(t)$ المار في الدارة بدلالة $q(t)$ شحنة المكثفة .
ب/ اكتب عبارة التوتر الكهربائي $u_c(t)$ بين لبوسي المكثفة بدلالة الشحنة $q(t)$.
جـ/ بين أن المعادلة التفاضلية التي تعبر عن $u_C(t)$ تعطى بالعبارة : $u_C + RC\dfrac{du_C}{dt} = E$.
5- يعطى حل المعادلة التفاضلية السابقة بالعبارة $u_c(t) = E\,(1 - e^{-t/A})$. استنتج العبارة الحرفية للثابت A ، و ما هو مدلوله الفيزيائي ؟

حل التمرين

1- شدة التيار المار في الدارة بعد مدة $\Delta t = 15\ s$:

بعد 15s تكون الجملة الكهربائية (RC) في حالة نظام دائم و عندها يكون :

$$u_C = E$$

و حسب قانون جمع التوترات :

$$E = u_C + u_R$$
$$E = E + Ri \rightarrow Ri = 0 \rightarrow i = 0$$

أي أن شدة التيار معدومة بعد $\Delta t = 15\ s$ ثانية .

2- العبارة الحرفية لثابت الزمن τ :

$$\tau = RC$$

- إثبات أن لثابت الزمن τ نفس وحدة قياس الزمن :

$$[\tau] = [R][C]$$
$$[\tau] = \frac{[U]}{[I]}\frac{|Q|}{[U]} = \frac{|Q|}{[I]} = \frac{[I][T]}{[I]} \rightarrow [\tau] = [T]$$

إذن لثابت الزمن τ نفس وحدة قياس الزمن .

4- أ- عبارة i(t) بدلالة q(t) :

$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt}$$

ب- عبارة $u_C(t)$ بدلالة q(t) :

$$u_C(t) = \frac{q(t)}{C}$$

جـ- إبراز المعادلة التفاضلية :

حسب قانون جمع التوترات :

$$u_E = u_R + u_C$$
$$E = R\,i + u_C$$
$$E = R\frac{dq}{dt} + u_C$$
$$RC\frac{du_C}{dt} + u_C = E$$
$$\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{RC}u_C = \frac{E}{RC}$$

و هي معادلة تفاضلية من الدرجة الأولى .

5- العبارة الحرفية لـ A :

لدينا :

- $u_C = E(1 - e^{-t/A})$
- $\frac{du_C}{dt} = E(0 - (-\frac{1}{A}e^{-t/A}) = \frac{E}{A}e^{-t/A}$

بالتعويض في المعادلة التفاضلية :

$$\frac{E}{A}e^{-t/A} + \frac{1}{RC}E(1 - e^{-t/A}) = \frac{E}{RC}$$

$$\frac{E}{A}e^{-t/A} + \frac{E}{RC} - \frac{E}{RC}e^{-t/A} = \frac{E}{RC}$$

$$(\frac{E}{A} - \frac{E}{RC})e^{-t/A} + \frac{E}{RC} = \frac{E}{RC}$$

الحل المعطى هو حل للمعادلة التفاضلية و لكي تتحقق المساواة يجب أن يكون :

$$(\frac{E}{A} - \frac{E}{RC}) = 0 \rightarrow \frac{E}{A} = \frac{E}{RC} \rightarrow A = RC$$

- المدلول الفيزيائي :

المقدار A هو ثابت الزمن τ للدارة RC يمثل الزمن اللازم لشحن المكثفة بنسبة 67% كما يمثل 20% من زمن إتمام الشحن .