www.sites.google.com/site/faresfergani
Fares_Fergani@yahoo.Fr

تمارين مقترحة

3AS U03 - Exercice 001

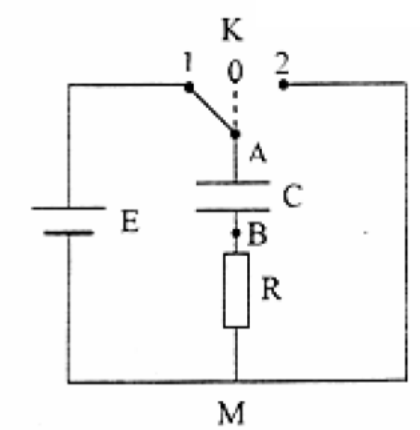
المحتوى المعرفي : دراسة ظواهر كهربائية .

تاريخ آخر تحديث : 2015/04/20

نص التمرين : (*)

في حصة الأعمال المخبرية ، اقترح الأستاذ على تلاميذه مخطط الدارة الممثلة في (الشكل-2) لدراسة ثنائي القطب RC . تتكون الدارة من العناصر التالية :

- مولد توتر كهربائي ثابت $E = 12\ V$.
- مكثفة (غير مشحونة) سعتها $C = 1.0\ \mu F$.
- ناقل أومي مقاومته $R = 5\ .\ 10^3\ \Omega$.
- بادلة .



الشكل-2

1- نجعل البادلة في اللحظة $(t = 0)$ على الوضع (1) .

أ/ ماذا يحدث .

ب/ كيف يمكن عمليا مشاهدة التطور الزمني للتوتر الكهربائي u_{AB}

جـ/ بين أن المعادلة التفاضلية التي تحكم اشتغال الدارة الكهربائية عبارتها $RC\dfrac{du_{AB}}{dt} + u_{AB} = E$.

د- أعط عبارة (τ) الثابت المميز للدارة ، و بين باستعمال التحليل البعدي أنه يقدر بالثانية في النظام الدولي للوحدات (SI) .

هـ/ بين أن المعادلة التفاضلية السابقة (1- جـ) تقبل العبارة $u_{AB} = E(1\text{-}\ e^{-t/\tau})$ حل لها .

و/ أرسم شكل المنحنى البياني الممثل للتوتر الكهربائي $u_{AB} = f(t)$ و بين كيفية تحديد τ من البيان .

ي/ قارن بين قيمة التوتر u_{AB} في اللحظة $t = 5\tau$ و E . ماذا تستنتج ؟

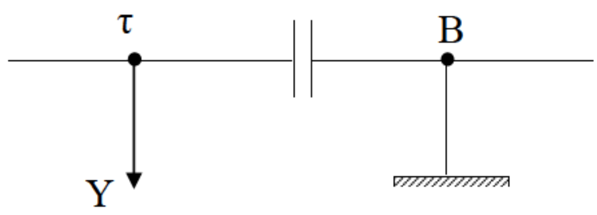
2- بعد الانتهاء من الدراسة السابقة ، نجعل البادلة في الوضع (2) .

أ/ ماذا يحدث للمكثفة .

ب/ أحسب قيمة الطاقة الأعظمية المحولة في الدارة الكهربائية .

حل التمرين

1- أ - عند وضع البادلة في الوضع (1) تشحن المكثفة .
ب- لمشاهدة التطور الزمني للتوتر الكهربائي يمكن ربط ثنائي القطب براسم الإهتزاز المهبطي وفق الشكل التالي :



جـ- إبراز المعادلة التفاضلية :
حسب قانون جمع التوترات

$$u_{AM} = u_{AB} + u_{BM}$$
$$E = u_{AB} + R\,i$$
$$E = u_{AB} + R\frac{dq}{dt} \quad \rightarrow E = u_{AB} + R\frac{d(C.u_C)}{dt}$$
$$E = u_{AB} + RC\frac{du_{AB}}{dt}$$
$$RC\frac{du_{AB}}{dt} + u_{AB} = E$$

د- عبارة τ :

$$\tau = RC$$

- إثبات أن τ يقدر بالثانية :

$$[\tau] = [R][C]$$
$$[\tau] = \frac{[U]}{[I]}\frac{[Q]}{[U]} = \frac{[Q]}{[I]} = \frac{[I][T]}{[I]} \rightarrow [\tau] = [T]$$

إذن τ يقدر بالثانية .

هـ- إثبات أن $u_{AB} = E(1 - e^{-t/\tau})$ هو حل للمعادلة التفاضلية :

- $u_{AB} = E(1 - e^{-t/\tau})$
- $\frac{du_{AB}}{dt} = E\,(\,0 - (-\frac{1}{\tau}e^{-t/\tau})\,) = \frac{E}{\tau}e^{-t/\tau} = \frac{E}{RC}e^{-t/\tau}$

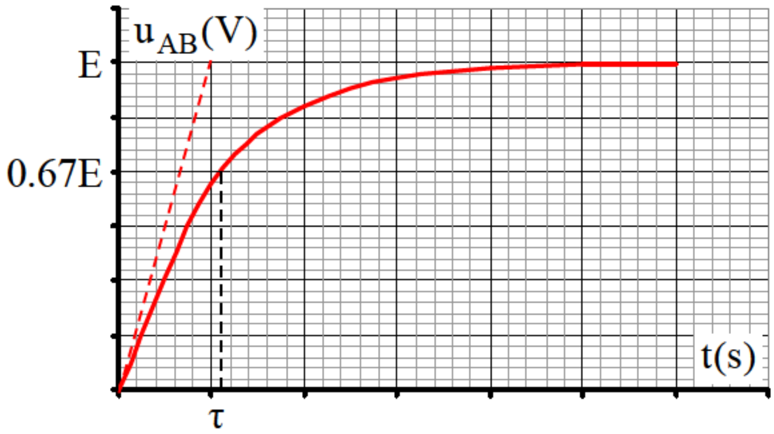
بالتعويض في المعادلة التفاضلية :

$$RC(\frac{E}{RC}e^{-t/\tau}) + E(1 - e^{-t/\tau}) = E$$

$$Ee^{-t/\tau} + E - Ee^{-t/\tau} = E \rightarrow E = E$$

إذن الحل المعطى هو حل للمعادلة التفاضلية .

- المنحنى البياني :



كيفية تحديد τ :

طريقة (1) :

نسقط نقطة تقاطع المماس عند $t = 0$ مع المستقيم المقارب $u_{AB} = E$ على محور الأزمنة نجد قيمة τ .

طريقة (2) :

من تعريف τ يكون :

$$t = \tau \rightarrow u_{AB} = 0.67\,E = 0.67\ .\ 12 = 8.04\ V$$

بالإسقاط في البيان نجد قيمة τ التي تمثل اللحظة الموافقة للقيمة $U = 8.04\ V$

ي- المقارنة بين u_{AB} عند $t = 5\tau$ و E :

$$u_{AB} = E(1 - e^{-t/\tau})$$

$$t = 5\tau \rightarrow u_{AB} = E(1 - e^{-5\tau/\tau}) = u_{AB} = E(1 - e^{-5}) \approx E$$

إذن قيمة u_{AB} عند اللحظة $5\tau = t$ تساوي تقريبا قيمة E ، و نستنتج من ذلك أن عملية الشحن تنتهي عند اللحظة $t = 5\tau$.

2-أ- يحدث تفريغ للمكثفة .

ب- الطاقة الأعظمية المحولة في الدارة الكهربائية :

$$E_{(C)} = \frac{1}{2} C\, u_{AB}{}^2$$

تكون الطاقة أعظمية عندما يكون التوتر أعظمي أين $u_{AB} = E$ و منه :

$$E_{0(C)} = \frac{1}{2} C\, E^2$$

$$E_{0(C)} = \frac{1}{2} 10^{-6}\,(12)^2 = 7.2\ .10^{-5}\ J$$