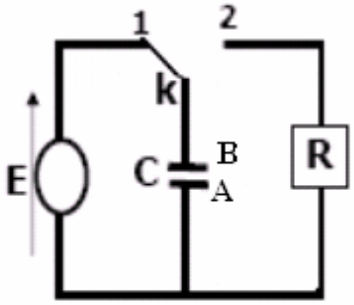
سلسلة تمارين حول ثنائي القطب RC

I) نعتبر الدارة التالية:



1) نضع قاطع التيار الكهربائي في الموضع(1) عند اللحظة t=0

أ) ما الهدف من هذا التركيب ؟

ب) ما إشارة شحنة كل من اللبوسين A وB ؟

2) نوجه قاطع التيار إلى الموضع (2).

1-2 أ) ارسم الدارة الموافقة ممثلا التوترين مربطي كل ثنائي قطب.

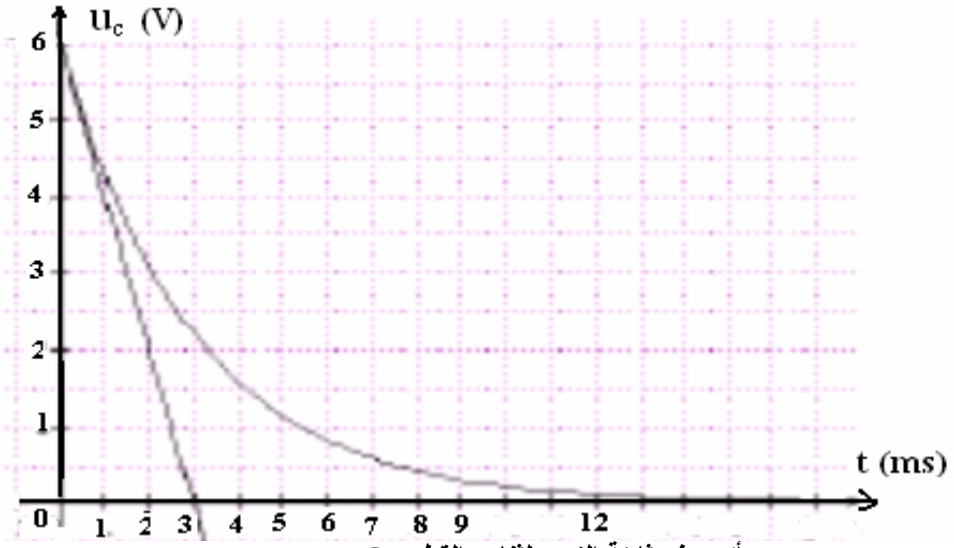
ب) بين أن : $u_R = RC\frac{du_c}{dt}$.

ج) أوجد المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر بين مربطي المكثف.

د) علما أن حل المعادلة التفاضلية المحصل عليها يكتب كما يلي : $u_C = Ae^{-K.t} + B$

حدد كل من: A، B و K ثم استنتج تعبير التوتر بين مربطي المكثف بدلالة الزمن.

2-2 نعطي المنحنى الذي يمثل تغيرات التوتر بين مربطي المكثف بدلالة الزمن .

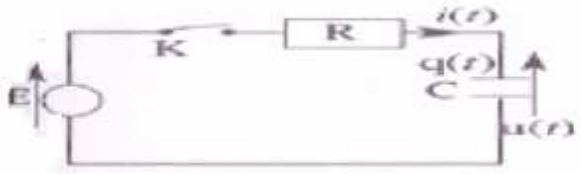


أ) عرف ثابتة الزمن لثنائي القطب RC .

ب) حدد مبيانيا قيمة ثابتة الزمن.

د) علما أن مقاومة الموصل الاومي $R = 12K\Omega$ ، استنتج قيمة سعة المكثف المستعمل .

II) شحن مكثف.



نركب في الدارة الكهربائية جانبيه مكثفا غير مشحون ثم نغلق قاطع التيار k عند اللحظة $t = 0$.

1 - أوجد المعادلة التفاضلية التي تعبر عن تغيرات شحنة المكثف بدلالة الزمن.

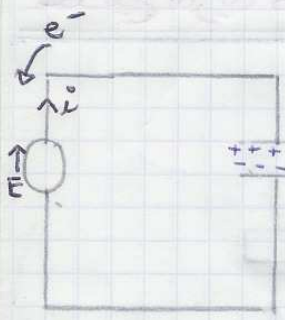
2 - حل المعادلة التفاضلية هو : $q(t) = Ae^{-\frac{t}{\tau}} + B$

حيث $\tau = RC$ ثابتة الزمن و A و B ثابتتان.

أ - عندما يؤول $t \to \infty$ ، يمكن اعتبار الدارة في النظام الدائم. ما شحنة المكثف $q(\infty)$ في هذه الحالة ؟ استنتج الثابتة B.

ب - باستعمال الشروط البدئية، حدد الثابتة A ، واستنتج تعبير $q(t)$.

تصحيح التمرين :



1) أ) الهدف من هذا التركيب هو شحن المكثف.

ب) تحديد إشارة كل من اللبوسين A و B.

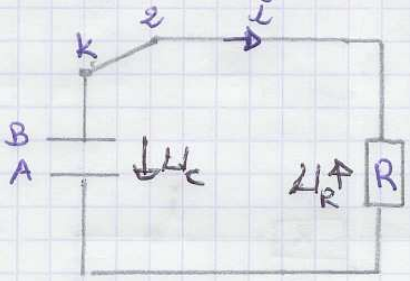
نعلم أن في إصطلاح المولد i لها نفس منحى E.

وبما أن الإلكترونات لها عكس منحى i.

فإن شحنة اللبوس A $q_A < 0$ ، شحنة اللبوس B $q_B > 0$

المولد يجذب الإلكترونات من اللبوس B ويدفعها نحو اللبوس A.

2 - 1) أ) الدارة الموافقة مع تمثيل التوتر بين مربطي كل ثنائي قطب هي :



ب) لنبين أن $u_R = RC\frac{du_c}{dt}$

لدينا ① $u_R = Ri$ و $i = \frac{dq}{dt}$ مع $q = Cu_c$

خذ $i = \frac{dq}{dt} = \frac{d(Cu_c)}{dt}$

إذن العلاقة ① تصبح $i = C\cdot\frac{du_c}{dt}$ $\boxed{u_R = Ri = RC\cdot\frac{du_c}{dt}}$

ج) لنحدد المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر بين مربطي المكثف :

حسب قانون إضافية التوترات : لدينا ⊛ $u_R + u_c = 0$

ومن خلال السؤال السابق $u_R = RC\frac{du_c}{dt}$

إذن $u_c + RC\frac{du_c}{dt} = 0$ (تعويض u_R في العلاقة ⊛)

ولدينا $\tau = RC$ و بالتالي $\boxed{\tau\frac{du_c}{dt} + u_c = 0}$ (τ : ثابتة الزمن)

د) لنحدد كلا من A و B و k علما أن حل المعادلة التفاضلية $u_c = Ae^{-kt} + B$

لدينا $\begin{cases} u_c = Ae^{-k.t} + B \\ \frac{du_c}{dt} = -kAe^{-k.t} \end{cases}$

وبالتعويض في $u_c + \tau\frac{du_c}{dt} = 0$ نجد $\tau(-k.Ae^{-kt}) + Ae^{-kt} + B = 0$

أي $-\tau kAe^{-kt} + Ae^{-kt} + B = 0$

أي $Ae^{-kt}(1-\tau k)+B=0$

$Ae^{-kt}(1-\tau k)=-B$

لكي تتحقق هذه العلاقة يجب أن يكون معامل e^{-kt} منعدما

وبذلك تصبح لدينا $1-\tau k=0$ أي $k=\frac{1}{\tau}$ و $B=0$

وبالتالي الحل يصبح ③ $u_c=Ae^{-\frac{t}{\tau}}$

بما أن المكثف يخضع لمرتبة نازلة للتوتر.

فإن: عند اللحظة $t=0$ لدينا $u_c=E$

وبالتعويض في ③ نجد $E=Ae^{0}$

$E=A$

وبالتالي الحل ③ يصبح $u_c=Ee^{-\frac{t}{\tau}}$

2 - 2.

أ) ثابتة الزمن: تميز ثابتة الزمن لثنائي قطب RC والتي نرمز لها بـ τ

المقدار $\tau=RC$ ووحدتها (s).

ب) تحديد قيمة ثابتة الزمن مبيانيا:

τ هي فاصلة نقطة تقاطع المماس مع محور الزمن: نجد $\tau=3\,ms$

$\tau=3.10^{-3}s$ (انظر المبيان)

ج) لدينا $\tau=RC$ ومنه $C=\frac{\tau}{R}$

مع $\tau=3.10^{-3}s$ و $R=12k\Omega$

$R=12\times10^{3}\Omega$

$C=\frac{3.10^{-3}}{12.10^{3}}$

$C=0,25.10^{-6}F$

$C=0,25\,\mu F$

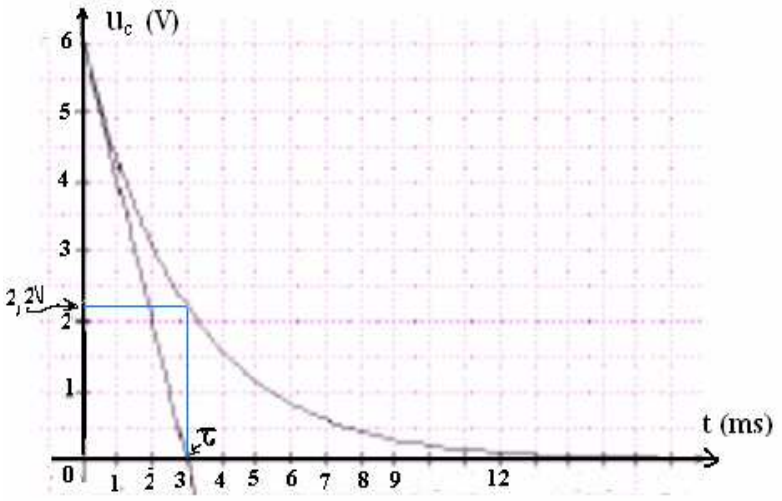
- يمكن تحديد ثابتة الزمن τ مبيانيا: وذلك باستعمال طريقة التحويض عند اللحظة $t=\tau$.

$u_c=Ee^{-\frac{t}{\tau}} \Rightarrow u_c=E.e^{-\tau/\tau}=E.e^{-1}=0,37E=0,37\times6$

$\Rightarrow u_c=2,2\,V$.

إذن التوتر $u_c=2,2V$ يوافق اللحظة $t=\tau$

ومبيانيا نحصل على: $\tau=3\,ms$ (أنظر المبيان)



تعريف الكتلة

نشأ وحدة الذرية u : $\frac{1}{12}$ من كتلة الكربون 12

1) عبر عن وحدة الكتلة الذرية u واحسب قيمتها بـ kg ؟

2) أحسب قيمة وحدة الكتلة الذرية بـ MeV/c^2 ؟

3) أحسب كتلة البروتون m_p وكتلة النوترون m_n بـ u .

نعطي $1\,eV = 1,602177 \cdot 10^{-19}\,J$

$m_p = 1,67262 \cdot 10^{-27}\,kg$

$m_n = 1,674493 \cdot 10^{-27}\,kg$

$c = 299792458\,m/s$

الحل :

1- لدينا $u = \frac{1}{12} m(C)$ أي $M(C) = 12\,g/mol$

إذن 1mol من N_A ذرة من $N_A = 6,02 \cdot 10^{23}\,mol^{-1}$: عدد أفوقادرو

$$u = \frac{12 \cdot 10^{-3}\,kg}{6,02 \cdot 10^{23} \times 12} =$$

$$\boxed{1u = 166 \cdot 10^{-27}\,kg}$$

2- نبحث عن الطاقة المكافئة للوحدة الذرية $1u$ أي الطاقة المرافقة لجسم كتلته تساوي $1u$ باستعمال علاقة أينشتاين

$$E = \Delta m \cdot c^2$$

$$\Delta m = 1u$$

$$E = 1,66 \cdot 10^{-27} \times (299792458)^2$$

$$= 1492,42 \cdot 10^{-13}\,J$$

$$= \frac{1492,42 \cdot 10^{-13}}{1,602177 \cdot 10^{-19}}\,eV$$

$$E = 931,5 \times 10^6 = 931,5 \cdot 10^6\,MeV$$

ولدينا $E = \Delta m \cdot c^2$

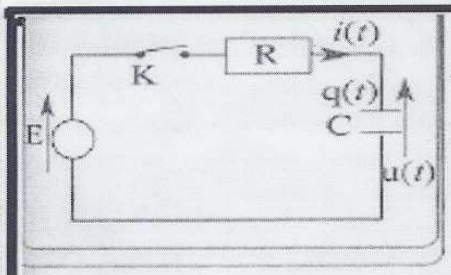
$$931,5 \cdot 10^6 = \Delta m \cdot c^2$$

$$1\,\Delta m = 931,5\,MeV/c^2$$

$$\boxed{1u = 931,5\,MeV/c^2}$$

تصحيح تمرين 5 ص: 116

شحن مكثف



نركب في الدارة الكهربائية جانبه مكثفا غير مشحون ثم نغلق قاطع التيار k عند اللحظة $t = 0$.

1 - أوجد المعادلة التفاضلية التي تعبر عن تغيرات شحنة المكثف بدلالة الزمن.

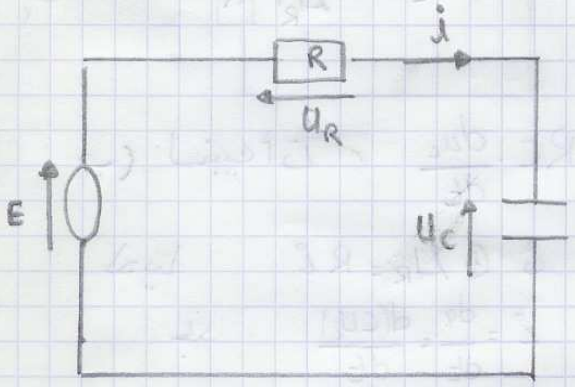
2 - حل المعادلة التفاضلية هو : $q(t) = Ae^{-\frac{t}{\tau}} + B$

حيث $\tau = RC$ ثابتة الزمن و A و B ثابتتان.

أ - عندما يؤول $t \to \infty$، يمكن اعتبار الدارة في النظام الدائم. ما شحنة المكثف $q(\infty)$ في هذه الحالة ؟ استنتج الثابتة B.

ب - باستعمال الشروط البدئية، حدد الثابتة A، واستنتج تعبير $q(t)$.

1 - ـ



لدينا حسب قانون إضافية التوترات

① $u_R + u_C = E$

وحسب قانون أوم : $u_R = R.i$

مع : $i = \frac{dq}{dt}$

إذن : $u_R = Ri = R.\frac{dq}{dt}$

إذن العلاقة ① تصبح : $R.\frac{dq}{dt} + u_C = E$. ②

و نعلم أن $q = C.u_C$ إذن، $u_C = \frac{q}{C}$

و بالتالي العلاقة ② تصبح :

$$\boxed{R.\frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = E}$$

و هي المعادلة التفاضلية التي تحققها شحنة المكثف.

2 - أ -

- بما أن حل المعادلة التفاضلية هو :

$$\boxed{q = Ae^{-t/\tau} + B}$$ ①

- الدارة في النظام الدائم أي $t \to +\infty$ ـ $u_C = E$ ومع $q = u_C.C$ فإن $q = E.C$

- لدينا $t \to +\infty \Rightarrow e^{-\infty} \to 0$

- و بالتعويض في ① $t \to +\infty \Rightarrow q = C.E$

$$CE = Ae^{-\infty} + B$$

$$CE = 0 + B \Rightarrow \boxed{B = CE}$$

$$\boxed{q = Ae^{-t/\tau} + CE} \Leftarrow$$ تصبح (1) إذن العلاقة

(2)

-ب- من خلال الشروط البدئية:

وبما أن المكثف خضع لرتبة صاعدة للتوتر.

لدينا: $t = 0 \Leftarrow u_c = 0 \Leftarrow q = C.u_c = 0$

و بالتعويض في (2)

$$0 = Ae^{0} + CE$$

$$0 = A + CE$$

$$\Rightarrow A = -CE.$$

و بالتالي حل المعادلة التفاضلية التي تحققها شحنة المكثف تكتب كما يلي:

$$q = -CE\, e^{-t/\tau} + CE.$$

$$\boxed{q = CE\left(1 - e^{-t/\tau}\right)}$$