سلسلة تمارين حول ثنائي القطبRLC

1)تمرين رقم 1 من الكتاب المدرسي المسار الفيزياء: الصفحة 149

أجب بصحيح أو خطأ على ما يلي:

1)تكون الذبذبات الكهربائية في دارة كهربائيةRLC المتوالية دائما شبه دورية.

2) في النظام الدوري يحدث انتقال للطاقة بين المكثف الوشيعة دون تبدد للطاقة بمفعول جول.

3) صيانة الذبذبات الكهربائية في الدارة RLC المتوالية تتحقق بتعويض الطاقة المبددة في الدارة بطاقة كهربائية يمنحها ثنائي القطب يسمى "مقاومة سالبة".

4) تكون الدارة RLC المتوالية في نظام لا دوري ، عندما تكون المقاومة R صغيرة جدا.

أجوبة:

1) خطأ 2) خطأ 3) صحيح 4) خطأ.

××

2)تمرين رقم 2 من الكتاب المدرسي المسار الفيزياء: الصفحة 149

اختر الجواب الصحيح مما يلي :

1) في اللحظة $t=0$ تكون الطاقة الكهربائية للدارة RLC المتوالية مخزونة في:

أ) الوشيعة ب) المكثف ج) الموصل الأومي .

2) تعبير الدور الخاص To هو: أ) $T_O = \dfrac{2\pi}{\sqrt{LC}}$ ب) $T_O = 2\pi\sqrt{LC}$ ج) $T_O = 2\pi\sqrt{\dfrac{L}{C}}$

3)التوتر بين مربطي مكثف في دارة مثاليةLCيتغير بدلالة الزمن بطريقة:

أ) خطية ب) جيبية ج) أسية .

4) عندما نرفع قيمة المقاومةR لدارةRLC متوالية يزداد:

ا) دور التذبذبات ب) وسع التذبذبات ج) الطاقة المبددة بمفعول جول .

أجوبة:

1) ب) المكثف 2) ب) $T_O = 2\pi\sqrt{LC}$ 3) ب) جيبية (لأن الدارة مثالية) 4) ج) الطاقة المبددة بمفعول جول .

××

3)تمرين رقم 3 من الكتاب المدرسي المسار الفيزياء:الصفحة 149

نعتبر دارة كهربائية معادلتها التفاضلية : $\dfrac{d^2u_c}{dt} + 10^4.u_c = 0$.

احسب قيمة معامل تحريضها الذاتي علما أن سعة المكثف هي: $c = 100\mu F$.

أجوبة:

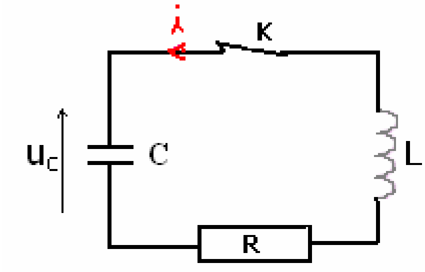
من خلال المعادلة التفاضلية يتضح أنها معادلة تفاضلية لدارة مثالية LC (وذلك لعدم وجود معامل الخمود الذي يشتمل على المشتقة الاولى للتوتر بدلالة الزمن في المعادلة التفاضلية).

وهي على الشكل : $\dfrac{d^2u_c}{dt} + \dfrac{1}{L.C}.u_c = 0$ $\Leftarrow$ $\dfrac{1}{L.C} = 10^4$ $\Leftarrow$ $L = \dfrac{1}{C.10^4} = \dfrac{1}{100\times10^{-6}\times10^4} = 1H$

××

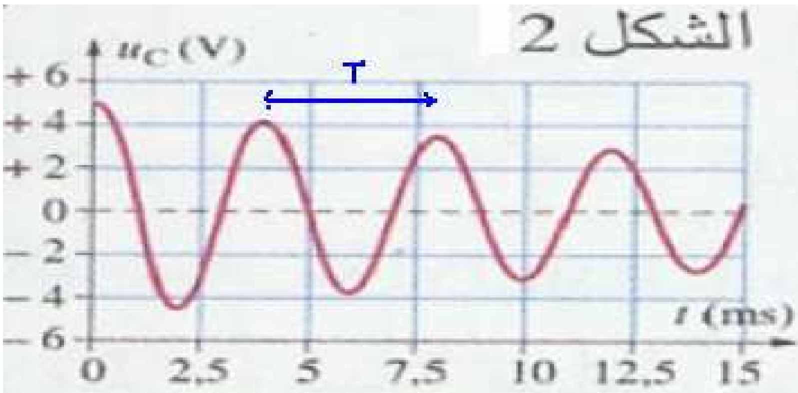
4)تمرين رقم 4 من الكتاب المدرسي المسار الفيزياء:الصفحة 149

نركب مكثفا مشحونا بين مربطي ثنائي القطب RL (الشكل 1) .



الشكل1

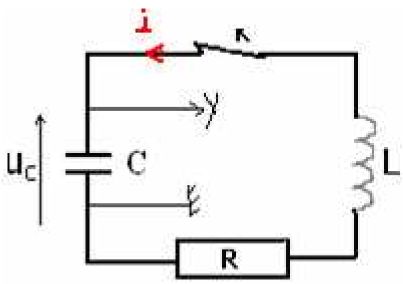
يمثل الشكل 2 تغيرات التوتر u_c بين مربطي المكثف .



1) انقل الشكل 1 وبين عليه كيفية ربط كاشف التذبذب لمعاينة التوتر$u_c(t)$.
2) ما نظام التذبذبات ؟
3) حدد شبه الدور T.
4) علما أن سعة المكثف المستعمل $c = 1\mu F$ حدد معامل التحريض الذاتي للوشيعة .نعتبر أن شبه الدور T يساوي الدور الخاص.

أجوبة :

(1



2) نظام التذبذبات شبه دوري .
3) مبيانيا شبه الدور : $T = 4ms$.

4) $T_O = 2\pi\sqrt{LC} = 4\times10^{-3}s \Leftarrow \dfrac{T_O{}^2}{4\pi^2} = L.C \Leftarrow L = \dfrac{T_O{}^2}{4C\pi^2} = \dfrac{16\times10^{-6}}{4\pi^2\times10^{-6}} = 0,4H$

××

5)**تمرين رقم 5 من الكتاب المدرسي المسار الفيزياء:الصفحة 149**

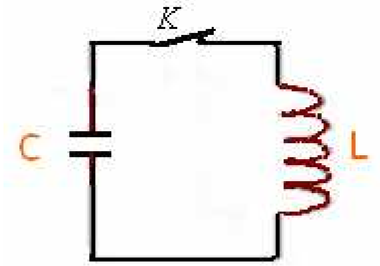
نعتبر الدارة المكونة من مكثف سعته C ووشيعة معامل تحريضها L وقاطع التيار K. المقاومة الكلية للدارة منعدمة . نشحن المكثف حيث يحمل أحد لبوسيه كمية الكهرباء Q_O ثم نغلق قاطع التيار K .

1) ارسم تبيانة التركيب التجريبي .

2) حدد تعبير $i(t)$ علما أن : $q(t) = Q_O\cos(\dfrac{2.\pi}{T_O}.t)$.

3) عبر عن الطاقة الكلية للدارة في اللحظة t بطريقتين .

أجوبة :1)



2) لدينا: $q(t) = Q_O \cos(\frac{2\pi}{T_O}.t)$ وبما أن : $i(t) = \frac{dq}{dt}$

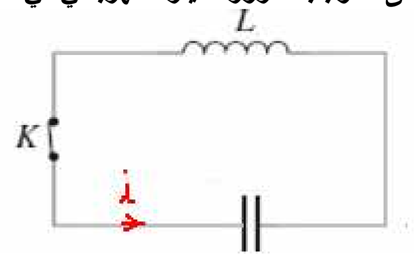
فإن: $i(t) = -Q_O \frac{2\pi}{T_O} \sin(\frac{2.\pi}{T_O}.t)$

3)الطاقة الكلية للدارة : $\xi = \xi_m + \xi_e = \frac{1}{2}L.i^2 + \frac{1}{2}\frac{q^2}{C} = \frac{1}{2}\frac{Q_O{}^2}{C}$

××

6)تمرين رقم 6 من الكتاب المدرسي المسار الفيزياء:الصفحة 149

نعتبر مكثفا سعته $C = 47nF$ مشحونا مسبقا تحت توتر مستمر $U_O = 6V$.نصل مربطي هذا المكثف بوشيعة معامل تحريضها الذاتي $L = 65mH$ ومقاومتها مهملة ، المنحى الموجب لمرور التيار الكهربائي في الدارة ممثل في الشكل أسفله.

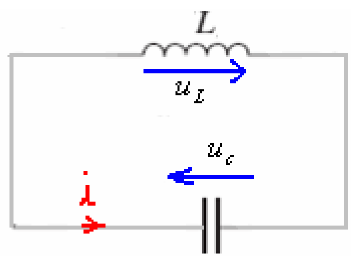


1) **انقل التبيانة ومثل عليها التوتر $u_c(t)$ بين مربطي المكثف والتوتر $u_L(t)$ بين مربطي الوشيعة في الاصطلاح مستقبل .**

2) **أوجد المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر $u_c(t)$.**

3) **حل هذه المعادلة التفاضلية هو : $u_c(t) = u_m \cos(\frac{2\pi}{T_O}.t)$ حدد قيمتي u_m و T_O.**

أجوبة :1)



2) بتطبيق قانون تجميع التوترات: $u_L = -u_C$ $\Leftarrow$ $u_L + u_C = 0$ $\Leftarrow$ $L\frac{di}{dt} + u_C = 0$

وبما أن : $i = \frac{dq}{dt} = \frac{d(C.u_C)}{dt} = C\frac{du_C}{dt}$ $\Leftarrow$ $\frac{di}{dt} = C\frac{d^2u_c}{dt^2}$ فإن المعادلة التفاضلية تصبح:

$$L.C\frac{d^2u_C}{dt^2} + u_C = 0$$

أي:

$$\ddot{u}_c + \frac{1}{LC}.u_c = 0$$

....

3)حل هذه المعادلة التفاضلية هو : $u_c(t) = u_m \cos(\frac{2\pi}{T_O}.t)$ التوتر القصوي u_m : $u_m = U_O = 6V$

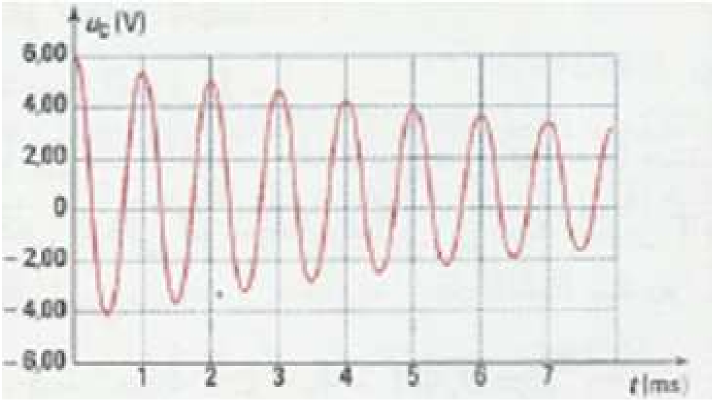
الدور الخاص : $T_O = 2\pi\sqrt{LC} = 2\pi\sqrt{65\times10^{-3}\times47\times10^{-9}} \approx 0{,}35\times10^{-3}s = 0{,}35ms$

×××

7)تمرين رقم 7 من الكتاب المدرسي المسار الفيزياء:الصفحة 150

نشحن مكثفا سعته $C = 0{,}25\mu F$ بواسطة مولد قوته الكهرمحركة $E = 6V$ ، ونركبه عند اللحظة $t = 0$ بين مربطي وشيعة معامل تحريضها الذاتي L ومقاومتها r.

نعاين بواسطة راسم التذبذب تغيرات التوتر $u_C(t)$ بين مربطي المكثف ، فنحصل على الشكل أسفله:



1) ما نظام التذبذبات الملاحظ ؟

2) كيف نفسر خمود هذه التذبذبات ؟

3) اوجد المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر u_C بين مربطي المكثف .

4) عين مبيانيا شبه الدور T للتذبذبات .

5) نعتبر المقاومة r منعدمة :

1-5: اكتب في هذه الحالة المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر u_C.

2-5: حل هذه المعادلة هو : $u(t) = U_m \cos(\alpha.t + \varphi)$.

ما تعبير كل من U_m ، φ و α ؟

3-5:استنتج تعبير كل من الشحنة $q(t)$ للمكثف وشدة التيار $i(t)$ المار في الدارة .

4-5: أعط تعبير الدور الخاص T_O.

6) احسب قيمة معامل التحريض L للوشيعة ،علما أن شبه الدور T يساوي الدور الخاص T_O.

7) لصيانة الذبذبات ، نركب على التوالي في الدارة RLC مولدا يزودها بتوتر $u_g = R_O.i$.

ما قيمة المقاومة R_O التي تمكن من الحصول على ذبذبات جيبية ؟

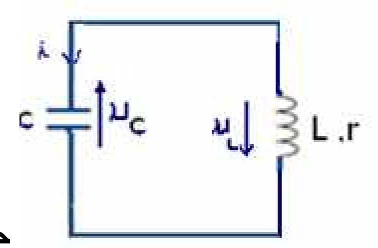
أجوبة :

1) النظام شبه دوري .

2) خمود التذبذبات ناتج عن وجود مقاومة للدارة لأن قسطا من الطاقة الكهربائية يتبدد بمفعول جول على مستوى الموصلات الأومية للدارة.

....

(3



حسب قانون إضافية التوترات: $u_L + u_C = 0 \quad \Leftarrow \quad ri + L\dfrac{di}{dt} + u_c = 0 \quad$ **(1)**

$$i = \frac{dq}{dt} = c\frac{du_c}{dt} \quad \Leftarrow \quad \frac{di}{dt} = c\frac{d^2u_c}{dt}$$

إذن **(1)** تصبح: $\Leftarrow \quad Lc\dfrac{d^2u_c}{dt^2} + r.c\dfrac{du_c}{dt} + u_c = 0$

أي: $\ddot{u}_c + \frac{r}{L}.\dot{u}_c + u_c = 0$

....

4) مبيانيا شبه الدور : $T = 1ms$.

1-5: المقاومة r **منعدمة** $\Leftarrow$ **المعادلة التفاضلية تصبح:** $Lc\frac{d^2u_c}{dt^2} + u_c = 0$

....

2-5: حل المعادلة هو : $u(t) = U_m \cos(\alpha.t + \varphi)$ **مع :** $U_m = E = 6V$

النبض الخاص: $\alpha = \frac{2\pi}{T_O} = \frac{2\pi}{10^{-3}s} = 2000\pi = 6{,}28\times10^3 rad/s$

إذن : $u(t) = 6\cos(2000\pi.t + \varphi)$ **(2)**

من خلال الوثيقة ، نلاحظ أن ، عند $t = 0$ ، $u_c = +6V$ **وبالتعويض في (2) نحصل على :**

$6 = 6\cos\varphi$ $\Leftarrow$ $\cos\varphi = 1$ $\Leftarrow$ $\varphi = 0$.

وبالتالي الحل يكتب كما يلي : $u(t) = 6\cos 2000\pi.t$

....

3-5: لدينا : $q(t) = C.u(t) = 0{,}25\times10^{-6}\times6\cos2000\pi t = 1{,}5\times10^{-6}\cos2000\pi.t$

$$i(t) = \frac{dq(t)}{dt} = -1{,}5\times10^{-6}\times2000\pi\sin2000\pi.t = -3\times10^{-3}\pi\sin2000\pi.t = -9{,}4\times10^{-3}\sin(6{,}28\times10^3.t)$$

4-5: $T_O = 2\pi\sqrt{LC}$

....

6) بما أن :

$T = T_O = 2\pi\sqrt{LC}$ **فإن:** $T^2 = 4\pi^2.L.C$ $\Leftarrow$ $L = \frac{T^2}{4\pi^2.C} = \frac{(10^{-3})^2}{4.\pi^2.0{,}25.10^{-6}} \approx 0{,}1H$

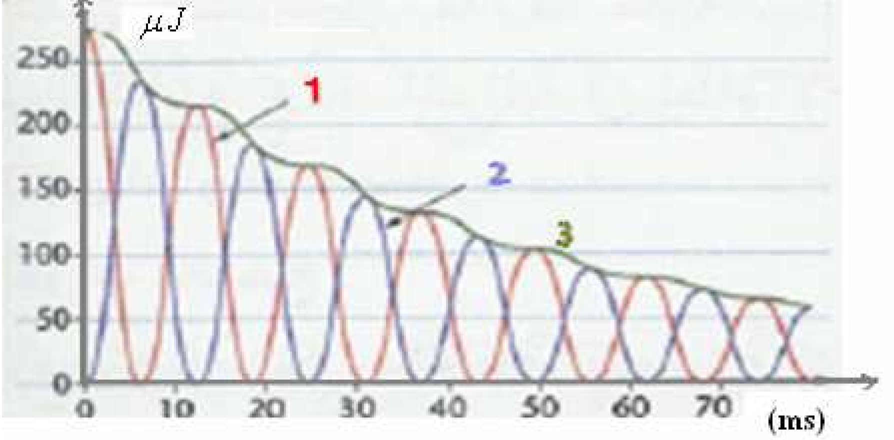
....

7) R_O **تساوي المقاومة الكلية للدارة . (في هذه الحالة** r**).**

××

8)تمرين رقم8 من الكتاب المدرسي المسار الفيزياء:الصفحة 150

ننجز دارة RLC بتركيب مكثف مشحون على التوالي مع وشيعة معامل تحريضها Lومقاومتها مهملة ، وموصل أومي مقاومته R وقاطع التيار الكهربائي K. نغلق قاطع التيار عند اللحظة t=0.يمثل الشكل أسفله تغيرات كل من ξ_e **الطاقة الكهربائية المخزونة في المكثف ، و** ξ_m **الطاقة المغناطيسية للوشيعة ، والطاقة الكلية** $\xi_t = \xi_e + \xi_m$.



1) تعرف على المنحنيات الثلاث معللا جوابك.
2) ما قيمة كل من الطاقة المخزونة في المكثف والطاقة المخزونة في الوشيعة عند اللحظة t=0 ؟
3) اعتمادا على تعبير كل من ξ_e و ξ_m ، فسر لماذا تكون لهما دائما قيما موجبة.
4) ما سبب نقصان الطاقة الكلية في الدارة ؟

أجوبة :

1) المنحنى 1 يمثل الطاقة الكهربائية المخزونة في المكثف لأنه عند اللحظة t=0 يكون المكثف مشونا وتكون طاقته قصوى .
المنحنى 2 يمثل الطاقة الكهربائية المخزونة في الوشيعة لأنه عند اللحظة t=0 تكون شدة التيار في الدارة منعدمة وبالتالي الطاقة المغناطيسية الوشيعة منعدمة .
المنحنى 3 يمثل الطاقة الكلية للدارة لأنها في كل لحظة تساوي مجموع الطاقتين السالفتين الذكر.

....

2) $\xi_{om} = 0$ و $\xi_{oe} = 275\mu J$

3) ξ_e و ξ_m ، تكون لهما دائما قيما موجبة. لأن $\xi_e = \frac{1}{2}L.i^2$ و شدة التيار دالة جيبية إذن i^2 موجبة.

نفس الشيء يحصل ل: $\xi e = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C}$.

....

5) يعزي سبب نقصان الطاقة إلى ظاهرة الخمود وهي ناتجة عن وجود المقاومة .

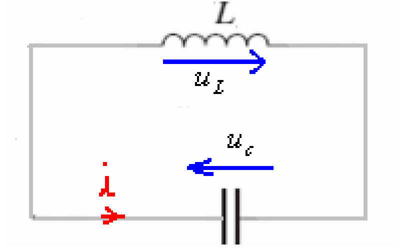
× ×

9)تمرين رقم9 من الكتاب المدرسي المسار الفيزياء:الصفحة 150

نعتبر مكثفا سعتهC مشحونا تحت توتر E .
عند اللحظةt=0 نربط المكثف بوشيعة معامل تحريضها L ومقاومتهاr.
1) نعتبر مقاومة الوشيعة مهملة .
1-1) أوجد المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر u_C بين مربطي المكثف .
1 -2)حل المعادلة التفاضلية هو : $u_c = E\cos(\frac{2\pi}{T}.t+\varphi)$
أوجد تعبير الطاقة الكلية ξ_tوبين أنها ثابتة .
2) في الحقيقية مقاومة الوشيعة غير مهملة.
2 -1)أوجد ، في هذه الحالة ، المعادلة التفاضلية التي يحققها التوتر u_C .
2-2) باستعمال هذه المعادلة بين أن $\frac{d\xi_t}{dt} = -r.i^2$ حيث : ξ_t : الطاقة الكلية للدارة عند اللحظة t و i التيار المار في الدارة عند اللحظةt .

أجوبة :

1)1-1)



بتطبيق قانون تجميع التوترات: $u_L = -u_C \Leftarrow u_L + u_C = 0 \Leftarrow L\dfrac{di}{dt} + u_C = 0$ (1)

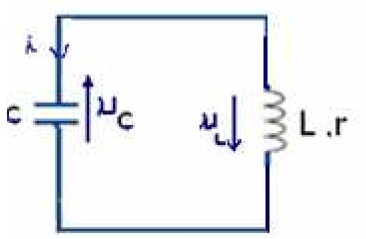
وبما أن : $i = \dfrac{dq}{dt} = \dfrac{d(C.u_C)}{dt} = C\dfrac{du_C}{dt} \Leftarrow \dfrac{di}{dt} = C\dfrac{d^2u_c}{dt^2}$ فإن العلاقة (1) المعادلة التفاضلية تصبح:

$L.C\dfrac{d^2u_C}{dt^2} + u_C = 0$ وهي المعادلة التفاضلية .

....

2-1: $\xi = \xi_m + \xi_e = \dfrac{1}{2}L.i^2 + \dfrac{1}{2}\dfrac{q^2}{C}$

2(2-1-:



حسب قانون إضافية التوترات: $u_L + u_C = 0 \Leftarrow ri + L\dfrac{di}{dt} + u_c = 0$ (1)

$i = \dfrac{dq}{dt} = c\dfrac{du_c}{dt} \Leftarrow \dfrac{di}{dt} = c\dfrac{d^2u_c}{dt}$

إذن (1) تصبح: $\Leftarrow Lc\dfrac{d^2u_c}{dt^2} + r.c\dfrac{du_c}{dt} + u_c = 0$

....

(2-2

لدينا حسب قانون إضافية التوترات: $u_L + u_c = 0$

أي: $L\dfrac{di}{dt} + ri + \dfrac{q}{c} = 0 \Leftarrow$ (1) $L\dfrac{di}{dt} + \dfrac{q}{c} = -ri$

من خلال تعبير الطاقة الكلية للدارة: $\xi_t = \dfrac{1}{2}\dfrac{q^2}{c} + \dfrac{1}{2}Li^2$

إذن: $\dfrac{d\xi_t}{dt} = \dfrac{q}{c}.\dfrac{dq}{dt} + Li\dfrac{di}{dt} = i.\left[\dfrac{q}{c} + L\dfrac{di}{dt}\right]$

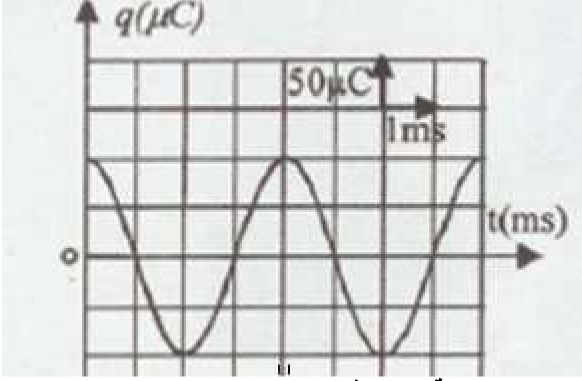
باعتبار العلاقة (1) $\dfrac{d\xi_t}{dt} = -ri^2 \Leftarrow \dfrac{d\xi_t}{dt} < 0$ إذن الطاقة تناقصية ويعزى ذلك إلى وجود المقاومة.

××

10)تمرين رقم10 من الكتاب المدرسي المسار الفيزياء:الصفحة 151

نعتبر دارة مكونة من وشيعة مقاومتها مهملة ومعامل تحريضها L ، ومكثف سعته C تم شحنه بواسطة مولد قوته الكهرمحركة $E = 250V$ ، ومقاومته الداخلية مهملة .

يمثل الشكل أسفله تغيرات شحنة المكثف بدلالة الزمن .



1) اكتب تعبير الشحنة q بدلالة الزمن، واستنتج السعة C للمكثف .

2) استنتج $i(t)$ شدة التيار المار في الدارة .

3) استنتج معامل التحريض الذاتي للوشيعة.

أجوبة:

1) من خلال الشكل نلاحظ أن شحنة المكثف بدلالة الزمن عبارة عن دالة جيبية : $q(t) = Q_m \cos(\frac{2\pi}{T_O}.t + \varphi)$ $\quad (a)$

ونستخرج من خلال الشكل : القيمة القصوية : $Q_m = 100\mu C = 100 \times 10^{-6} C = 10^{-4} C$

ونستخرج من خلال الشكل الدور الخاص : $T_O = 4ms = 4 \times 10^{-3} s$

ونستخرج كذلك من خلال الشكل الشروط البدئية التالية : عند اللحظة $t = 0$ لدينا: $q(t) = +Q_m$

بالتعويض في (a) نحصل على : $Q_m = Q_m \cos(\varphi)$ $\Leftarrow$ $\cos\varphi = 1$ $\Leftarrow$ $\varphi = 0$

وبالتالي : $q(t) = 10^{-4}\cos(\frac{2\pi}{4\times 10^{-3}}.t)$ أي: $q(t) = 10^{-4}\cos(500\pi.t)$

ولدينا : $Q_{\max} = C.u_{\max}$ أي: $C = \frac{Q_{\max}}{u_{\max}} = \frac{10^{-4}}{250} = 4\times 10^{-7} F = 0{,}4\mu F$

....

2) $i(t) = \frac{dq}{dt} = \frac{d}{dt}\left[10^{-4}\cos(500\pi.t\right] = -500\pi \times 10^{-4}\sin(500\pi.t)$

....

3) لدينا الدور الخاص:

$T_O = 2\pi\sqrt{LC}$

.

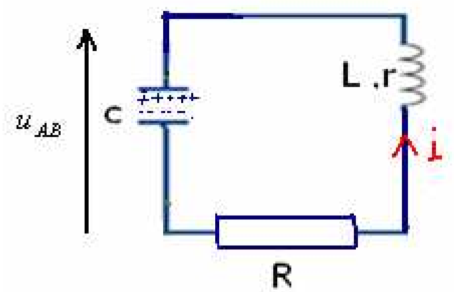
فإن: $T_O{}^2 = 4\pi^2.L.C$ $\Leftarrow$ $L = \frac{T_O{}^2}{4\pi^2.C} = \frac{(4\times 10^{-3})^2}{4.\pi^2.4.10^{-7}} \approx 1H$

× ×

11) تمرين رقم 11 من الكتاب المدرسي المسار الفيزياء: الصفحة 151

نعتبر التركيب الممثل في الشكل 1 أسفله والمكون من :

- مكثف سعته $C = 1\mu F$.
- وشيعة معامل تحريضها L ومقاومتها مهملة .
- موصل أومي مقاومته R .

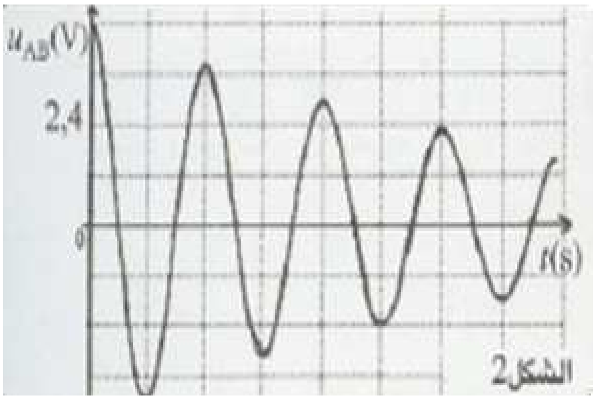


علما أنه تم شحن المكثف تحت توتر E قبل تركيبه عند اللحظة $t=0$ في الدارة.

1) أثبت المعادلة التفاضلية التي تحققها الشحنة q للمكثف.

2) بين أن الطاقة الكلية للدارة المتذبذبة غير ثابتة .

3) نعاين بواسطة راسم التذبذب التوتر بين مربطي المكثف ، فنحصل على الرسم التذبذبي الممثل في الشكل 2

3T 

بالإعتماد على المبيان ، عين:

1-3: الشحنة البدئية Q_O للمكثف.

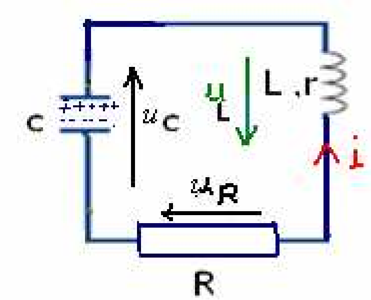
2-3: الطاقة البدئية المخزونة في المكثف E_O .

3-3: الطاقة الكلية E_1 للمتذبذب عند اللحظة $t_1=3T$.

3-4:تغير طاقة الدارة المذبذبة بين اللحظتين $t=0$ و $t'=T$

أجوبة:

1)



حسب قانون تجميع التوترات : $u_L+u_C+u_R=0$

(b) $L\frac{di}{dt}+\frac{q}{C}+R.i=0$ مع: $i=\frac{dq}{dt}$ إذن: $\frac{di}{dt}=\frac{d^2q}{dt^2}$

بالتعويض في العلاقة (b) نحصل على: $L\frac{d^2q}{dt^2}+R\frac{dq}{dt}+\frac{q}{C}=0$

$\frac{d^2q}{dt^2}+\frac{R}{L}\frac{dq}{dt}+\frac{1}{LC}.q=0$ وهي المعادلة التفاضلية التي تحققها الشحنة الكهربائية.

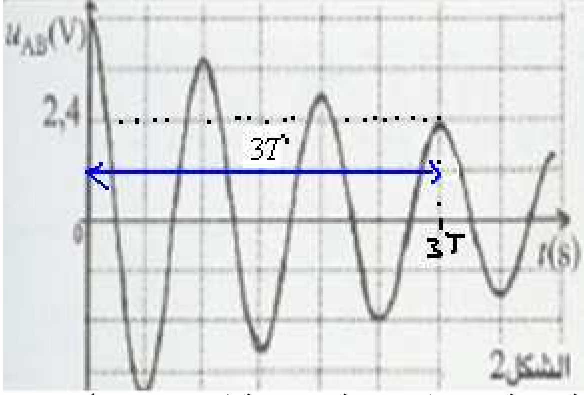
2) يعبر المعامل $\frac{R}{L}\frac{dq}{dt}$ عن ظاهرة الخمود ، وحسب القيم التي تأخذها المقاومة يحدد نظام الخمود.وبالتالي الطاقة الكلية للدارة تتناقص بسبب الخمود.

3) 1-3: مبيانيا لدينا : $U_O=4,8V$ إذن الشحنة البدئية : $Q_O=C.U_O=4,8\times10^{-6}C$

2-3) الطاقة البدئية المخزونة في المكثف : $\xi_t=\frac{1}{2}.Cu_C{}^2=\frac{1}{2}\times10^{-6}4,8^2=1,15\times10^{-5}J$

أو : $E_O=\frac{1}{2}\frac{Q_0{}^2}{C}=\frac{1}{2}\times\frac{(4,8\times10^{-6})^2}{10^{-6}}=1,15\times10^{-5}J$

3-3) الطاقة الكلية عند اللحظة $t=3T$. من خلال المبيان التوتر: $u_{AB}=u_C=2,4V$



إذن الطاقة الكلية عند هذه اللحظة مخزونة في المكثف (لأن التوتر قصوي)

$$\xi_t = \frac{1}{2}.Cu_C{}^2 = \frac{1}{2}\times 10^{-6} 2{,}4^2 = 2{,}88\times 10^{-6}\,J$$

3-4) لدينا عند $t = 0$ **الطاقة الكلية للدارة مخزونة في المكثف** $\Leftarrow$ $\xi_0 = 1{,}15\times 10^{-5}\,J$

وعند اللحظة : $t = T$ **مبيانيا** $u_{AB} = u_C \approx 3{,}8V$ **الطاقة الكلية للدارة مخزونة في المكثف ، لان عند هذه اللحظة التوتر قصوي** $\xi_T = \frac{1}{2}.Cu_C{}^2 = \frac{1}{2}\times 10^{-6} 3{,}8^2 = 7{,}22\times 10^{-6}\,J$ $\Leftarrow$ $\Delta E = \xi_T - \xi_O \approx -4{,}28\times 10^{-6}\,J$