الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية
الشعبة : آداب و فلسفة
بكالوريا تجـــــريبي

دورة : ماي 2013
المدة: 2سا ونصف
ثانوية : 16 شهيدا بليمور

اختبار في مادة الرياضيـــــــات

الموضوع الأول:

التمرين الأول:

1. عيّن بواقي القسمة للعدد 2^n على 5 من أجل العدد الطبيعي n حيث : $n \in \{1;2;3,4\}$
2. بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن : $2^{4n} \equiv 1[5]$
3. استنتج بواقي القسمة للأعداد 2^{4n+1} ; 2^{4n+2} ; 2^{4n+3} على 5.
4. عيّن باقي قسمة كل من 2^{1434} و 2^{2013} على 5 .
5. تحقق أن : $2012 \equiv 2[5]$ ثم استنتج باقي قسمة 2012^{2014} على 5.

التمرين الثاني:

(u_n) متتالية عددية معرفة كمايلي: $\begin{cases} u_0 = 5 \\ u_{n+1} = 3u_n + 1 \end{cases}$

1. احسب كلا من u_1, u_2, u_3 .
2. نضع $v_n = u_n + \frac{1}{2}$ من اجل كل n من $\square$.

- برهن أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين الأساس و الحد الأول.
- عين عبارة الحد العام v_n بدلالة n ثم استنتج عبارة u_n .

3. احسب المجموع S_n بحيث: $S_n = v_0 + v_1 + ... + v_n$ ثم استنتج المجموع $S_n = u_0 + u_1 + \cdots\cdots + u_n$.

التمرين الثالث:

لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R} - \left\{\frac{1}{2}\right\}$ كما يلي : $f(x) = \frac{3+2x}{1-2x}$ ،

و (c_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$.

1. أدرس تغيرات الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.
2. استنتج المستقيمات المقاربة للمنحني (c_f) .
3. أثبت أنّ نقطة تقاطع المستقيمين المقاربين مركز تناظر المنحني (c_f).
4. أكتب معادلة للمماس (Δ) للمنحني (c_f) عند النقطة ذات الفاصلة $x_0 = 0$.
5. أرسم المماس (Δ) و المنحني (c_f) .

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — دورة : ماي 2013

الشعبة : علوم تجريبية — المدة: 3سا ونصف

بكالوريا تجـــريبي — ثانوية : 16 شهيدا بليمور

اختبار في مادة الرياضيـــــــات

الموضوع الأول

التمرين الأول :

لتكن المعادلة التفاضلية : $y'-3y=0\cdots\cdots\cdots(1)$

1. حل في $\mathbb{R}$ التفاضلية (1) .
2. عيّن الحل f الذي يأخذ القيمة 1 من أجل $x=\frac{-2}{3}$.
3. نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بحدها العام : $u_n=e^{3n+2}$
   - بيّن أنّ (u_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول ، هل هي متقاربة ؟ .
   - أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) .
4. نعرّف المتتالية (v_n) بما يلي : $v_n=\ln(u_n)$
   - بيّن أنّ (v_n) معرفة من أجل كل عدد طبيعي n .
   - أثبت أنّ (v_n) متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول .
   - أحسب المجموع : $S_n=v_0+v_1+\cdots\cdots+v_{n-1}$

التمرين الثاني:

المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$ نعتبر النقاط $C(-1;-1);B(1;1);A(1;5)$ لواحقها على الترتيب $z_C;z_B;z_A$

1. أكتب $z_C;z_B$ على الشكل الأسي.
2. عين z_D لاحقة النقطة D بحيث $ABCD$ متوازي أضلاع.
3. برهن على وجود تشابه مباشر S معرف بـ $\begin{cases}S(A)=B\\S(B)=C\end{cases}$.
4. أكتب العبارة المركبة للتشابه S ، ثم عيّن عناصره المميزة .
5. نعتبر التحويل S^n بحيث : $S^n=SoSo\cdots\cdots oS$ مركب n مرة التحويل S .
   - ما طبيعة و عناصر التحويل S^n ؟
   - ما هي قيم n لكي يكون S^n تحاكيا .
6. لتكن النقطة M_n المعرفة بـ $M_n=S^n(A)$ ، نضع $v_n=\left\|\overrightarrow{\Omega M_n}\right\|$ حيث $Z_\Omega=-3+i$
   - ✓ أكتب v_n بدلالة n .
   - ✓ استنتج أنّ (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول .
   - ✓ أحسب المجموع $S_n=v_0+v_1+\cdots\cdots+v_n$.

التمرين الثالث: نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة كما يلي:

$$\begin{cases} f(x)=(x-1)\ln\left|\dfrac{x-1}{x}\right|-\ln|x| \ ; \ x\in R^*-\{1\} \\ f(0)=f(1)=0 \end{cases}$$

(c_f) المنحني الممثل لها في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$.

1. بين أنّ المستقيم ذو المعادلة: $(\Delta): x=\dfrac{1}{2}$ محور تناظر المنحني (c_f) .
2. أدرس استمرارية و قابلية اشتقاق الدالة f عند $x_0=1$.
3. أثبت أنّ: $\lim\limits_{x\to+\infty}(x-1)\ln(1-\dfrac{1}{x})=-1$ ، وأحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.
4. تحقق أنّ: $f'(x)=\ln\left|\dfrac{x-1}{x}\right|$ من أجل كل x من $R^*-\{1\}$.
5. أثبت أنّ f متناقصة تماما على المجال $\left[\dfrac{1}{2};+\infty\right[$ ، شكل جدول تغيرات الدالة f .
6. أنشئ (c_f) .

التمرين الرابع :

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ ، نعتبر المستوي (p) ذو المعادلة :

$2x+y-2z+4=0$ و النقط $A(3;2;6)$; $B(1;2,4)$; $C(4;-2;5)$.

1. a) بيّن أنّ النقط $A;B;C$ تعين مستويا .
   b) بينّ أنّ هذا المستوي هو المستوي (P) .
2. a) بيّن أنّ المثلث ABC قائم .
   b) (Δ) مستقيم يشمل O و يعامد المستوي (P) ،أعط تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) .
   c) k المسقط العمودي للنقطة O على (P) ، أحسب OK .
   d) أحسب حجم الرباعي $OABC$.
3. نعتبر الجملة المثقلة : $S=\{(O;3),(A;1),(B;1);(C;1)\}$
   a) بيّن أنّ هذه الجملة تقبل مرجحا .
   b) نرمز بـ I إلى مركز ثقل المثلث ABC ، بيّن أنّ G تنتمي إلى المستقيم (OI) .
   c) عيّن المسافة بين G و المستوي (P) .
4. a) عيّن (E) مجموعة النقط M من الفضاء التي تحقق : $\left\|3\overrightarrow{MO}+\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|=5$.
   b) ما هي مجموعة النقط المشتركة بين (P) و (E) .