

السنة الدراسية: 2011/2012
المدة: 2 سا

اختبار الثلاثي الثاني في مادة
الرياضيات

ثانوية: أحمد البيروني
الأقسام: 3 أ ف / 3 لغ

التمرين الأول: (5 نقاط)

(w_n) متتالية حسابية معرفة على \mathbb{N} كما يلي: $w_2 = 5$ و $w_5 = 14$

(1) عين أساسها r و حدها الأول w_0

(2) نضع $r = 3$ و $w_0 = -1$

(أ) أكتب عبارة الحد العام w_n بدلالة n

(ب) عين قيمة العدد الطبيعي n بحيث يكون: $w_n = 155$

(3) أحسب المجموع: $s = w_2 + w_3 + \dots + w_{52}$

التمرين الثاني: (9 نقاط)

f دالة معرفة على \mathbb{R} كما يلي: $f(x) = x^2 - 2x - 3$

(1) عين نهايتي الدالة f عند $-\infty$ و عند $+\infty$

(2) (أ) عين f' الدالة المشتقة للدالة f

(ب) أدرس إشارة $f'(x)$ على \mathbb{R} ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f

(ج) شكل جدول التغيرات

(3) (c_f) المنحنى البياني للدالة في معلم متعامد متجانس $(0, I, J)$

(أ) أكتب معادلة المماس للمنحنى (c_f) عند النقطة ذات الفاصلة $x_0 = 0$

(ب) عين نقاط تقاطع المنحنى مع المحور الفواصل و مع محور الترتيب

(4) أنشئ المنحنى (c_f)

التمرين الثالث: (7نقاط)

(u_n) متتالية معرفة على \mathbb{N} كما يلي: $u_{n+1} = 2u_n + 1$

(1) نضع $u_0 = -1$

(أ) أحسب الحدود: u_1, u_2, u_3

(ب) برهن بالتراجع أن متتالية ثابتة

(2) نضع $u_0 = 3$ و (v_n) متتالية على \mathbb{N} كما يلي: $v_n = u_n + 1$

(أ) أثبت أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $q = 2$

(ب) أكب عبارة v_n بدلالة n ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n

(ج) ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n)

(3) (أ) أحسب المجموع $s = v_0 + v_1 + \dots + v_9$

(ب) استنتج المجموع: $s' = u_0 + u_1 + \dots + u_9$

حظ سعيد للجميع

الإجابة

التمرين الأول: (5 نقاط)

- (1) لدينا: $w_n = w_p + (n - p)r$ أي أن $w_5 = w_2 + (5 - 2)r$ ومنه $14 = 5 + 3r$ إذن: $r = 3$ حدها الأول: $w_0 = -1$
- (2) عبارة الحد العام: $w_n = w_0 + nr = -1 + 3n$
- (ب) تعيين n بحيث $w_n = 155$ أي: $-1 + 3n = 155$ ومنه: $n = 52$
- (3) حساب المجموع: $s = w_2 + w_3 + \dots + w_{52} = \frac{51}{2}(5 + 155) = 4080$

التمرين الثاني: (9 نقاط)

$$f(x) = x^2 - 2x - 3$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty \text{ و } \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty \quad (1)$$

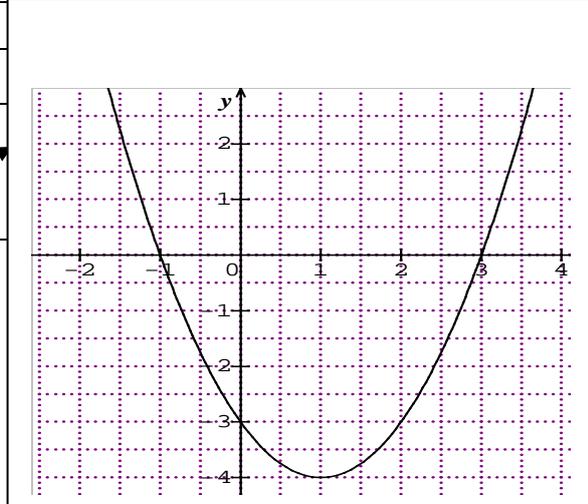
(2) الدالة المشتقة $f'(x) = 2x - 2$ الدالة f متناقصة على المجال $]-\infty; 1[$ و متزايدة على المجال $]1; +\infty[$

(3) معادلة المماس عند النقطة ذات الفاصلة

$$y = f'(x)(x - 0) + f(x) = 2x - 3 \quad x_0 = 0$$

(ب) نقاط تقاطع المنحنى مع محور الفواصل: $(-1, 0); (3, 0)$ ومع محور الترتيب:

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	$+\infty$	-4	$+\infty$



التمرين الثالث: (6 نقاط)

(1) نضع $u_0 = -1$

(أ) حساب الحدود: $u_1 = u_2 = u_3 = -1$

برهان بالتراجع أن المتتالية ثابتة

(2) $u_0 = 3$ و $(v_n) = u_n + 1$

(أ) $v_{n+1} = u_{n+1} + 1 = 2u_n + 1 + 1 = 2u_n + 2 = 2v_n$ ومنه (v_n) متتالية هندسية أساسها $q = 2$

حدها الأول: $v_0 = u_0 + 1 = 4$

(ب) كتابة عبارة الحد العام v_n بدلالة n ثم عبارة الحد العام u_n بدلالة n

$$v_n = 4(2)^n = 2^{n+2}$$

(ج) حساب المجموع: $s = 4 \frac{2^{10} - 1}{2 - 1} = 4096$ و حساب المجموع $s' = s - 10 = 4086$