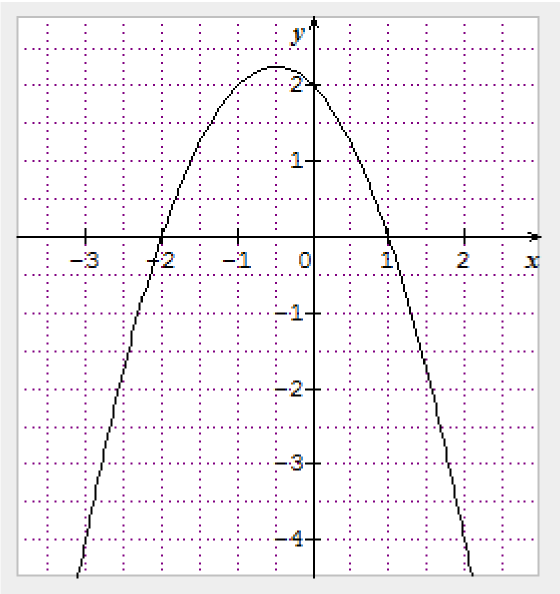
ثانوية: مكاوي باحة – براقي –
الأقسام: 3 آ ف$_3$

الأحد 26 فيفري 2012
المدة: ساعتان

اختبار الثلاثي الثاني في مادة الرياضيات

التمرين الأول:

الشكل الموالي هو التمثيل البياني لدالة كثير حدود من الدرجة الثانية f معرفة على R.



أجب بصحيح أو خاطئ على العبارات التالية مع التبرير.

1) الدالة f' تنعدم مرة واحدة مغيّرة إشارتها.
2) المعادلة $f(x) = 0$ تقبل ثلاث حلول حقيقية.
3) f موجبة تماما على المجال $]-2\,;\,1[$ وَ سالبة تماما على المجال: $]-\infty\,;-2[$ وَ $]1\,;+\infty[$
4) جدول تغيرات الدالة f هو:

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$ ↘	-5	↗ $+\infty$

التمرين الثاني:

1) $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متتالية حسابية حدّها الأوّل $U_0 = 1$ وَ أساسها 2.

أ) أكتب عبارة الحد العام U_n بدلالة n.

ب) أحسب المجموع $S_n = U_0 + U_1 + \ldots + U_n$

2) $(V_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متتالية هندسية حيث $V_5 = 32$ وَ $V_8 = 256$.

أ) عيّن أساس هذه المتتالية وَ حدّها الأوّل V_0، ثم أكتب حدّها العام V_n بدلالة n.

ب) أحسب المجموع $S'_n = V_0 + V_1 + \ldots + V_n$

3) نعتبر المتتالية العددية (W_n) $n \in \mathbb{N}$ المعرفة بما يلي: من أجل كل عدد طبيعي n:

$W_n = 2^n + 2n + 1$

أحسب بدلالة n، المجموع $T_n = W_0 + W_1 + \ldots + W_n$

التمرين الثالث:

نعتبر الدالة العددية f المعرفة بالدستور $f(x) = -x^3 - x^2 + 5x$

(C_f) منحناها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد وَ متجانس $(O ; \vec{\imath} ; \vec{\jmath})$

1) أدرس تغيرات الدالة f.

2) بيّن أنّ المنحنى (C_f) يقبل نقطة إنعطاف A عيّن إحداثياها.

3) جد معادلة المماس للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0.

4) أنشئ (C_f) وَ المماس.

5) عيّن نقطة تقاطع (C_f) مع حامل محور الفواصل.

6) حل بيانيا المتراجحة $f(x) \geq 0$.

التمرين الرابع:

لتكن الدالة f المعرّفة على المجال $]-\infty ; 2[\cup]2 ; +\infty[$ بالعبارة : $f(x) = \dfrac{x-3}{2x-4}$

(C) التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم $(O ; \vec{\imath} ; \vec{\jmath})$.

1) أحسب نهايات الدالة f عند الأطراف المفتوحة لمجموعة تعريفها، ثم استنتج أنّ (C) يقبل مستقيمين مقاربين يطلب تعيين معادلة لكل منهما.

2) أحسب $f'(x)$ ، ثم أدرس إشارتها.

3) شكّل جدول تغيرات الدالة f.

تصحيح نموذجي لإختبار الثلاثي الثاني في مادة الرياضيات

المستوى الثالثة آداب — فيفري 2012

التمرين الأوّل: (04 نقاط)

1) صحيح: لأنّ الدالة f لها قيمة حدية عظمى. 01

2) خطأ: لأنّ المنحنى يقطع محور الفواصل في نقطتين. 01

3) صحيح: 01

4) خطأ: لأنّ f متزايدة على $]-\infty\,;-1]$ وَ متناقصة على $[-1\,;+\infty[$. 01

التمرين الثاني: (05 نقاط)

1) $U_0 = 1$ وَ $r = 2$

أ/ $U_n = U_0 + nr$ ، $U_n = 1 + 2n$ 0,5

ب/ $S_n = \left(\frac{n+1}{2}\right)(U_0 + U_n)$ 0,5

$= (n+1)^2$ 0,5

2) $V_5 = 32$ ، $V_8 = 256$

أ/ $V_n = V_P \times q^{n-P}$

$V_8 = V_9 \cdot q^3$ ، $q^3 = 8$ ، $q = 2$ 0,75

$V_5 = V_0 \cdot q^5$ ، $V_0 = \frac{\sqrt{5}}{q^5}$ ، $V_0 = 1$ 0,75

$V_n = 2^n$ ، $V_n = V_0 \cdot q^n$ 0,5

ب/ $S'_n = V_0 \frac{1-q^{n+1}}{1-q}$ ، $S'_n = 2^{n+1} - 1$ 0,5

3) $W_n = 2^n + 2n + 1 = V_n + U_n$

$T_n = V_0 + U_0 + V_1 + U_1 + \dots + V_n + U_n$

$T_n = S_n + S'_n$

$T_n = (n+1)^2 + 2^{n+1} - 1$ 01

التمرين الثالث: (07 نقاط)

$f(x) = -x^3 - x^2 + 5x$

1) $D\ ]-\infty\,;+\infty[$ 0,5

$\lim_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$ ، $\lim_{x\to+\infty} f(x) = -\infty$ 01

$f'(x) = -3x^2 - 2x + 5$ 0,5

$\Delta = 64$ ، $\sqrt{\Delta} = 8$ ، $x_1 = 1$ ، $x_2 = -\frac{5}{3}$

0,5

x	$-\infty$		$-5/3$		1		$+\infty$
		$-$		$+$		$-$	

الدالة f متزايدة تماما على $[-5/3\,;1]$ وَ متناقصة تماما على $]1\,;+\infty[$ وَ $]-\infty\,;-5/3]$ 0,5

x	$-\infty$	$-5/3$		1	$+\infty$
$f'(x)$		0	$+$	0	
$f(x)$	$+\infty$ ↘	$-6{,}48$	↗	3	↘ $-\infty$

0,5

2) تعيين نقطة الإنعطاف

$f''(x) = -6x - 2$ 0,5

0,5

x		$-1/3$	
	$+$		$-$

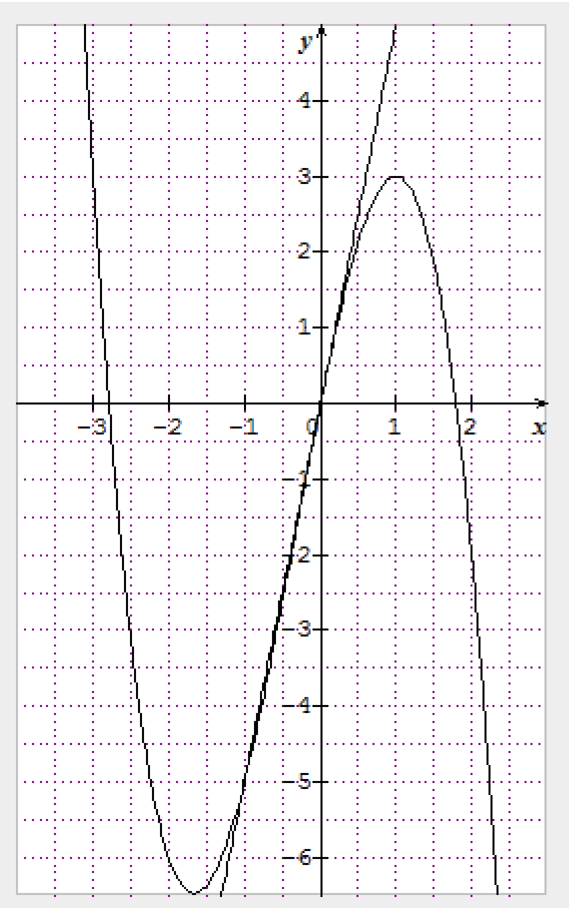
$f''(x)$ تنعدم من أجل $x = -\frac{1}{3}$ مغير إشارتها

إذن النقطة $A\left(\frac{-1}{3}\,;\frac{-47}{27}\right)$ نقطة الإنعطاف.

3) معادلة المماس عند 0.

$y = f'(0)(x-0) + f(0)$ 0,5

$y = 5x$



0,5

0,5

4) $f(x) = 0$ معناه $x(-x^2 - x + 5) = 0$

$\Delta = 21$ ، $x_1 = \frac{1-\sqrt{21}}{-2}$ ، $x_2 = \frac{1+\sqrt{21}}{-2}$ ، $x = 0$ 0,5

إذن المنحنى (C) يقطع محور الفواصل في ثلاث نقط

فواصلها $\frac{1-\sqrt{21}}{-2}$ ، $\frac{1+\sqrt{21}}{-2}$ ، 0

$f(x) \geq 0$

$S =]-\infty\,;\frac{1+\sqrt{21}}{-2}] \cup]0\,;\frac{1-\sqrt{21}}{-2}]$ 0,5

التمرين الرابع: (04 نقاط)

$f(x) = \frac{x-3}{2x-4}$

0,5

$\lim_{x\to+\infty} f(x) = \frac{1}{2}$ ، $\lim_{x\to-\infty} f(x) = \frac{1}{2}$ 0,5

$f(x) = (x-3)\left(\frac{1}{2x-4}\right)$

$\lim_{x\to 2}(x-3) = -1$

$-\infty$		2		$+\infty$
	$-$		$+$	

0,5

$\lim_{x\to<2} f(x) = +\infty$:إذن $\lim_{x\to<2} \frac{1}{2x-4} = -\infty$

$\lim_{x\to>2} f(x) = -\infty$:إذن $\lim_{x\to>2} \frac{1}{2x-4} = +\infty$

0,5

$y = \frac{1}{2}$ مستقيم مقارب 0,25

$x = 2$ مستقيم مقارب 0,25

2) $f'(x) = \frac{2}{(2x-4)^2}$ 0,5

$f(x) > 0$ إذن الدالة f متزايدة تماما على 0,5

$]-\infty\,;2[$ وَ $]2\,;+\infty[$

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	||	$+$
$f(x)$	$1/2 \nearrow +\infty$	||	$-\infty \nearrow 1/2$

0,5