ثانوية بوسام محمد الشريف — القسم: 3 رياضي

برج الغدير — المدة: ســـــاعتان

اختبار الفصل الثاني في مادة الرياضيات

التمرين الأول:(06نقاط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$، نعتبر النقط $A\left(1;0;0\right)$ و $B\left(0;0;1\right)$ و $C\left(1;-1;1\right)$.

1) أ- بين أن النقط A و B و C تحدد مستوي $\left(P\right)$.وأن $x+y+z-1=0$ معادلة ديكارتية له. ....(1ن)

ب - ما طبيعة المثلث ABC ؟ ....(1ن)

2) لتكن S مجموعة النقط $M\left(x;y;z\right)$ من الفضاء حيث: $x^2+y^2+z^2-2x-2z+1=0$.

أ- بين أن S سطح كرة، يطلب تعيين مركزها I ونصف قطرها r ....(1ن)

ب- بين أن $\left(P\right)\cap S$ دائرة محيطة بالمثلث ABC ....(1ن)

3) أ- أحسب حجم رباعي الوجوه $IABC$ ....(1ن)

ب- ليكن α عدد حقيقي و M نقطة من الفضاء إحداثياتها $\left(\alpha;0;2-\alpha\right)$.

بين أنه عندما يمسح α المجال $\mathbb{R}$، فإن حجم رباعي الوجوه $MABC$ يبقى ثابتًا. ....(1ن)

التمرين الثاني:(08نقاط)

في المستوى المركب المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $\left(O;\vec{u},\vec{v}\right)$ ، نعتبر النقطتين A و B اللتين لاحقتاهما على الترتيب :

$z_A=i$; $z_B=2$.

I.

1) حدد لاحقة النقطة B_1 صورة النقطة B بالتحاكي h الذي مركزه A و نسبته $\sqrt{2}$ ....(1ن)

2) حدد لاحقة النقطة B' صورة النقطة B_1 بالدوران r الذي مركزه A و زاويته $\frac{\pi}{4}$ ....(1ن)

3) مثل النقط A و B و B' ....(0,5ن)

II.

نعتبر التحويل S الذي يرفق كل نقطة M لاحقتها z بالنقطة M' ذات اللاحقة z' بحيث: $z'=\left(1+i\right)z+1$.

1) حدد A' و B' صورتي النقطتين A و B بالتحويل S على الترتيب. ....(1ن)

2) أ - بين أنه $\frac{z'-z}{i-z}=-i$ لكل z يختلف عن العدد i ....(0,5ن)

ب - بين أن : $\begin{cases} MM'=MA \\ \left(\overline{MA},\overline{MM'}\right)\equiv-\frac{\pi}{2}\left[2\pi\right] \end{cases}$ لكل نقطة M تختلف عن النقطة A ....(1ن)

ج - استنتج طريقة لإنشاء النقطة M' انطلاقا من النقطة M حيث $M\neq A$ ....(0,5ن)

3) حدد $\left(\Gamma\right)$ مجموعة النقط M ذات اللاحقة z بحيث : $\left|z-2\right|=\sqrt{2}$ . ...(1ن)

4) أ - بين أن : $z'-3-2i=\left(1+i\right)\left(z-2\right)$ لكل عدد مركب z ....(0,5ن)

ب - استنتج أنه إذا كانت النقطة M تنتمي إلى $\left(\Gamma\right)$ فإن النقطة M' تنتمي إلى دائرة يطلب تحديد مركزها و نصف قطرها. ....(1ن)

التمرين الثالث:(06نقاط)

n عدد طبيعي أكبر تماما من 2 ، نعتبر الأعداد الطبيعية: $a=2n+1$ ، $b=4n+3$ ، $c=2n+3$.

1) أثبت أن العددين a و b أوليان فيما بينهما، واستنتج أن الأعداد a ، b ، c أولية فيما بينها. ....(1+1ن)

2) عين تبعًا لقيم n قيمة القاسم المشترك الأكبر للعددين b و c...............(1ن)

3) عين قيمة n بحيث يكون: $p\gcd(b,c)=3$ و $ppcm(b,c)=1305$ ....(1ن)

4) أكتب b^2 في نظام أساسه a...............(1ن)

5) حل في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة: $87x-45y=3$ إذا علمت أن $(-1;-2)$ حلاً لها. ....(1ن)