ثانوية رحال عبدا لحميد.		التاريخ : 09/03/01 .
	اختبار في: الرياضيـات.	
المســتوى :3 رياضيات.		المـــدة : 04 سـاعـات.

التمرين الأول : (04 نقط) .

1) عين D_{2009} مجموعة قواسم العدد 2009 .

2) حل في IN^2 المعادلة : $5x - 4y = 9$ .....(I) .

[لاحظ أن (4 ، 5) حل خاص للمعادلة (I)] .

3) نضع : $d = PGCD(x, y)$. حيث (x , y) حل للمعادلة (I) .

أ / ماهي القيم الممكنة للعدد d ؟ .

ب/ عين كل(x , y) حلول المعادلة (I) بحيث يكون y , x غير أوليين فيما بينهما.

جـ/ احسب y , x من أجل : $PGCD(x^2 y , x y^2) = 2009$.

التمرين الثاني : (05 نقط) .

I) f دالة معرفة على المجال $I =]0,+\infty[$ كما يلي : $f(x) = 4 - \frac{3}{x}$.

(C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب للمعلم المتعامد المتجانس (O , I , J).

1) ادرس تغيرات الدالة f .

2) حل في المجال I المعادلة : $f(x) = x$.

3) ارسم المنحني (C) والمستقيم (D) ذو المعادلة : $y = x$.

II) (U_n) متتالية عددية معرفة على IN كما يلي : $U_{n+1} = f(U_n)$, $U_0 = \frac{3}{2}$.

1) باستعمال(C) و (D) مثل على محور الفواصل الحدود : U_0, U_1, U_2, U_3 .

2) ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (U_n) وتقاربها .

3) برهن بالتراجع أنه لكل عدد طبيعي n لدينا : $1 < U_n < 3$.

4) أثبت أن المتتالية (U_n) متزايدة تماما .

5) استنتج مما سبق أن المتتالية (U_n) متقاربة (وليكن العدد L نهايتها) .

6) تحقق أن : $f(L) = L$. استنتج قيمة العدد L .

يتبع : .... **(2/1)**

التمرين الثالث : (05 نقط) .

ينسب المستوي إلى معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

B , A نقطتان من المستوي لاحقتاهما : $Z_A = (\sqrt{3} + i)$, $Z_B = \overline{Z_A}$.

1) احسب الطويلة وعمدة لكل من الأعداد المركبة : Z_A , Z_B , $\frac{Z_A}{Z_B}$.

2) أ / فسر هندسيا الأعداد : $| Z_A |$, $| Z_B |$, $\arg \left(\frac{Z_A}{Z_B} \right)$.

ب/ استنتج نوع المثلث OAB .

3) احسب احداثيي النقطة G مرجح الجملة :{ (O,-1) , (A,1) , (B,1) }.

4) أ / احسب الجداء : $\overrightarrow{AB} . \overrightarrow{OG}$. ماذا تستنتج ؟ .

ب/ احسب : $\| \overrightarrow{AG} \|$. استنتج طبيعة الرباعي : OAGB .

التمرين الرابع : (06 نقط) .

I) g دالة معرفة على المجال $I =]0,+\infty[$ كما يلي :

$$g(x) = x^2 - 1 + Ln(x) .$$

1) ادرس تغيرات الدالة g .

2) احسب : $g(1)$. استنتج إشارة $g(x)$.

II) ينسب المستوي إلى معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

(C) المنحني البياني الممثل للدالة f المعرفة على المجال $I =]0,+\infty[$

كما يلي : $f(x) = x - \frac{Ln(x)}{x}$.

1) ادرس تغيرات الدالة f .

2) بين أن المستقيم(Δ) ذو المعادلة : $y = x$ مستقيم مقارب للمنحني (C) .

3) ادرس وضعية المنحني (C) بالنسبة إلى للمستقيم (Δ) .

4) اثبت أنه يوجد مستقيم (T) مماس للمنحني (C) ويوازي المستقيم (Δ) .

[يطلب إعطاء معادلة المماس (T)] .

5) ارسم : (Δ) ، (T) , (C) . [يعطى : $e \approx 2{,}72$, $\frac{1}{e} \approx 0{,}37$] .

6) احسب S مساحة الحيز المحدد بالمنحنيين (C) , (Δ) والمستقيمين المعرفين

بالمعادلتين : $x = \frac{1}{e}$, $x = e$.

بالتوفيق .

الإجابة عن أسئلة الاختبار الثاني وسلم التنقيط (3 رياضيات) .			**.2009/03/01**
التمرين الأول : (04 نقط) .		**التمرين الثالث : (05 نقط) .**	

1) لدينا : $2009 = 7^2 \times 41$. | 0.5

ومنه : عدد قواسم 2009 هو 6

وهي: | 0.5

$D = \{ 1,7,41,49,287,2009 \}$

2) حلول المعادلة (I) هي :

$\begin{cases} x = 4k + 5 \\ y = 5k + 4 \end{cases}$ | 0.5

3) أ / القيم الممكنة للعدد d هي : | 0.5

$d = 9 , d = 3 , d = 1$.

ب/ حلول المعادلة (I) بحيث يكون y , x غير أوليين فيما بينهما هي :

$\begin{cases} x = 12k' + 9 \\ y = 15k' + 9 \end{cases}$ | 1

جـ/ حساب y , x بحيث :

$pgcd(x^2y , y^2x) = 2009$ | 0.5

أي أن : $\begin{cases} pgcd(x , y) = 1 \\ x . y = 2009 \end{cases}$ | 0.5

ومنه : $x = 41$, $y = 49$

التمرين الثاني : (05 نقط) .

I) 1) دراسة تغيرات الدالة f : | 1

x	0		$+\infty$
$f'(x)$		+	
$f(x)$	$-\infty$	↗	$+\infty$

2) حلول المعادلة $f(x) = x$ هي : | 0.5

$x = 3 , x = 1$. | 1

3) رسم المنحني (C) والمستقيم (D).

II) 1) تمثيل الحدود: u_3,u_2,u_1,u_0 . | 0.25

2) التخمين : المتتالية (U_n) متزايدة

تماما ومتقاربة (من العدد 3). | 0.25

3) إثبات أن : $1 < U_n < 3$. | 0.5

4) إثبات أن (U_n) متزايدة تماما . | 0.5

5) المتتالية (U_n) متزايدة ومحدودة | 0.25

فهي إذن متقاربة .

6) $f(L) = L$ ومنه : $L = 3$. | 0.75

---

1) حساب: $Z_A = [2 , \pi / 6]$. | 0.75

$Z_B = [2 , - \pi / 6]$. | 0.75

$Z_A / Z_B = [2 , \pi / 3]$. | 0.75

2) أ / التفسير الهندسي للأعداد :

$| Z_A | = OA$, $| Z_B | = OB$. | 0.5

$\arg(Z_A/ Z_B) = (OB , OA)$. | 0.5

ب/ المثلث OAB متقايس الأضلاع . | 0.25

3) حساب: احداثيي G ($2\sqrt{3}$ ، 0) . | 0.5

4) أ / لدينا : $\overrightarrow{OG} . \overrightarrow{AB} = 0$. | 0.25

ومنه : (OG) عمودي على (AB) . | 0.25

ب/ حساب : $\| \overrightarrow{AG} \| = 2$. | 0.25

ـ الاستنتاج : OAGB معين . | 0.25

التمرين الرابع : (06 نقط) .

I) 1) دراسة تغيرات الدالة g : | 1.25

x	0		$+\infty$
$g'(x)$		+	
$g(x)$	$-\infty$	↗	$+\infty$

2) لدينا : $g(1) = 0$ ومنه :

إذا كان : $0 < x \leq 1$ فإن : $g(x) \leq 0$. | 0.5

إذا كان : $x \geq 1$ فإن : $g(x) \geq 0$.

II) 1) دراسة تغيرات الدالة f : | 1.25

x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	
$f(x)$	$+\infty$	↘	1	↗	$+\infty$

2) إثبات أن: $y = x$ م ، م ، م لـ (C) . | 0.25

3) وضعية (C) بالنسبة إلى (Δ) . | 0.75

4) نضع : $f'(x)=1$ ومنه : $x = e$.

معادلة المماس (T) : $y = x - 1/e$. | 0.5

5) رسم : (Δ) ، (T) ، (C) . | 1

6) حساب المساحة S :

$S = \int [f(x)-x]dx+\int[x-f(x)]dx$ | 0.25

أي أن : $S = 2. (u.a)$. | 0.25