التمرين الأول:(04ن)

نعتبر النقط , $A(1;0;2)$, $B(-1;2;1)$, $C(-2;1;3)$

إختر الإجابة الصحيحة مع التبرير

1. المعادلة الديكارتية لمستو (P) الذي يشمل النقطتين A , B هي:

❶ $x-y-1=0$ ❷ $-x+y-1=0$ ❸ $x+y-1=0$

2. التمثيل الوسيطي للمستقيم (d)الذي يشمل النقطة C و يعامد (P) هو:

❶ $\begin{cases} x=1+t \\ y=-2+t \\ z=3 \end{cases}$ ❷ $\begin{cases} x=-2+t \\ y=1-t \\ z=3 \end{cases}$ ❸ $\begin{cases} x=-1+t \\ y=2+t \\ z=3 \end{cases}$

3. Mنقطة من (d) حيث $\overrightarrow{AM} \perp \vec{u}$ ($\vec{u}$ شعاع توجيه للمستقيم (d)) إحداثيات النقطة M هي

❶ $(-1\,;-2\,;3)$ ❷ $(1\,;-2\,;3)$ ❸ $(-1\,;2\,;3)$

4. إحداثيات النقطة H التي هي المسقط العمودي للنقطة A على المستقيم (d) هي:

❶ $(-1\,;-2\,;3)$ ❷ $(1\,;-2\,;3)$ ❸ $(-1\,;2\,;3)$

5. المعادلة الديكارتية لمستو (q) الذي يشمل النقطة A و المستقيم (d) هي:

❶ $x+y-4z-7=0$ ❷ $-x-y+4z+7=0$ ❸ $-x+y-4z+9=0$

6. مركبتا شعاع توجيه المستقيم (Δ) (حيث (Δ)هو تقاطع (P)و (q)) هي:

❶ $(2\,;2\,;1)$ ❷ $(2\,;-2\,;1)$ ❸ $(-2\,;2\,;1)$

7. المسافة بين النقطة Bو المستقيم (Δ) هي:

❶ $\frac{10}{3\sqrt{2}}$ ❷ $\frac{5\sqrt{2}}{3}$ ❸ $\frac{8}{3\sqrt{2}}$

التمرين الثاني : (04ن)

نعتبر كثير حدود $p(z)$ ذو المتغير z (حيث z عدد مركب) المعرف بـ: $p(z)=z^3-4z^2+6z-4$

1. تحقق انه من اجل كل عدد مركب عير معدوم z : $p(z)=\frac{(z-1)^4-1}{z}$
2. عين الجذور الرباعية للعدد 1 (أي حلول المعادلة $z^4=1$) .
3. استنتج حلول المعادلة $(z-1)^4=1$، ثم جذور $p(z)$.
4. نعتبر النقط A , B , C التي لواحقها $z_1=1+i$, $z_2=1-i$, $z_3=2$ على الترتيب.

أ. احسب طويلة وعمدة العدد المركب L حيث: $L=\frac{z_2-z_3}{z_1-z_3}$ ، ثم فسر النتيجة هندسيا.

ب. استنتج طبيعة المثلث ABC.

ت. عين العبارة المركبة للدوران r الذي يحول A إلى B وزاويته $\frac{\pi}{2}$ (يطلب تعيين مركزه)

ث. استنتج صورة القطعة المستقيمة $[CA]$ بالدوران r .

التمرين الثالث :(04ن)

1. عين القاسم المشترك الأكبر للعددين 168 , 72
2. نعتبر المعادلة في $Z \times Z$ التالية (1) $72x - 168y = \alpha$ حيث α عدد صحيح
   عين الشرط اللازم والكافي الذي تحققه α حتى تقبل المعادلة (1)حلولا في $Z \times Z$
3. نفرض أن $\alpha = 48$ ، حل المعادلة (1)
4. استنتج حلول الجملة التالية $\begin{cases} x \equiv -3[7] \\ x \equiv -1[3] \end{cases}$
5. أوجد الثنائيات $(x\,;y)$ حلول المعادلة (1) بحيث يكون العدد y قاسما للعدد x .
6. عين بواقي قسمة العدد 4^n على 7 من أجل كل عدد طبيعي n

ثم أوجد الثنائيات $(x\,;y)$ حلول المعادلة (1)من $IN \times IN$ التي تحقق: $4^x + 4^y \equiv 6[7]$.

التمرين الرابع :(08ن)

I . نعتبر الدالة f المعرفة على $]0\,;+\infty[$ بـ: $f(x) = x^2 + 3x - 2(\ln x)^2$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O\,;\vec{i}\,;\vec{j})$

1. احسب نهاية الدالة f عند 0 ، $+\infty$.
2. أحسب $f'(x)$ ، $f''(x)$.

I I . نعتبر الدالة g المعرفة على $]0\,;+\infty[$ بـ: $g(x) = \frac{1}{2}x^2 - 1 + \ln x$

1. ادرس اتجاه تغير الدالة g وشكل جدول تغيراتها (لا يطلب حساب النهايات)
2. بين أنه يوجد عدد حقيقي α وحيد من $[1;2]$ بحيث $g(\alpha) = 0$
3. تحقق أن $1,2 < \alpha < 1,3$
4. استنتج إشارة $g(x)$ على $]0\,;+\infty[$
5. بين أن $f''(\alpha) = 0$ وأن $f''(x) > 0$ يكافئ $g(x) > 0$.
6. استنتج إشارة $f''(x)$ وشكل جدول تغيرات الدالة f'
7. بين أن $f'(\alpha) = \frac{4\alpha^2 + 3\alpha - 4}{\alpha}$ ثم استنتج أن $f'(\alpha) > 0$

(إرشاد: الدالة $x \mapsto \frac{4x^2 + 3x - 4}{x}$ متزايدة تماما على المجال $]0\,;+\infty[$)

8. استنتج إشارة $f'(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f على $]0\,;+\infty[$.
9. احسب $\lim\limits_{x \to \infty} \frac{f(x)}{x}$ ، فسر النتيجة بيانيا
10. باستخدام حصر α في السؤال (3) واتجاه تغير الدالة f أعط حصر لـ: $f(\alpha)$
11. ارسم (C_f) علما أن $f(0,43) \approx 0$ و النقطة $(\alpha\,;f(\alpha))$ نقطة انعطاف.

(سلم الرسم : $\|\vec{i}\| = 2cm$ ، $\|\vec{j}\| = 1cm$)

انتهـــى

حكمة:

تستطيع أن تنجح في حياتك ولو كان كل الناس يعتقدون انك غير ناجح ولكنك لا تنجح أبدا إذا كنت تعتقد في نفسك انك غير ناجح.