الصفحة:2/1	المعامل :7	ثانوية محمد الصديق بن يحي – البيرين – ثانوية محاد بن عطاالله المتشعبة – البيرين –	السنة الدراسية :2010/2009
مدة الإنجاز : 4ساعات			الأستاذ : بن عيسى خالد/ بوطي قدور

المستوى :الثالثة // الشعبة : رياضيات	امتحان الثلاثي الثاني في مادة الرياضيات

التمرين الأول : ﴿4 نقاط﴾

1) حل في $Z \times Z$ المعادلة : $3x-2y=1$.............(E)

2) ليكن n عددا صحيحا طبيعيا غير معدوم

أ/ بين أن الزوج $(14n+3;21n+4)$ حل للمعادلة(E) .

ب/ استنتج أن العددين $21n+4$; $14n+3$أوليان فيما بينهما .

3) ليكن d هو القاسم المشترك الأكبر للعددين$2n+1$; $21n+4$

أ/ بين أن $d=1$ أو $d=13$.

ب/ بين أنه إذا كان : $n \equiv 6[13]$ فإن $d=13$.

4) من أجل كل عدد صحيح طبيعي n بحيث $n \geq 2$ نضع :

$$A=21n^2-17n-4 \quad ; \quad B=28n^3-8n^2-17n-3$$

أ/ بين أن العددين A ; B قابلين القسمة على $(n-1)$ في المجموعة Z .

ب/ جد حسب قيم n القاسم المشترك الأكبر للعددين A ; B .

التمرين الثاني: ﴿ 5 نقاط﴾

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد متجانس نعتبر المستويين (p_1) ، (p_2) المعرفين بالمعادلتين :

$(p_1):-2x+y+z-6=0$ ، $(p_2):x-2y+4z-9=0$

1) أثبت أن المستوين (p_1) ، (p_2) متعامدان .

2) ليكن المستقيم (D) المشترك بين (p_1) ، (p_2)

اثبت أن التمثل الوسيطي لـ (D) هو : $t \in R$; $\begin{cases} x=-7+2t \\ y=-8+3t \\ z=t \end{cases}$

3) لتكن M نقطة من (D) و A النقطة ذات الإحداثيات $(-9;-4;-1)$

أ) تحقق من أنA لا تنتمي إلى(p_1) ولا تنتمي إلى (p_2)

ب) أحسب بدلالة t المسافة AM^2

ج) φ دالة معرفة على R بالعلاقة : $\varphi(t)=2t^2-2t+3$

- أدرس تغيرات الدالة f مستنتجا إحداثيات M_0 بحيث تكون AM_0 أصغر ما يمكن .

4)ليكن (Q) المستوي العمودي على(D) والذي يشمل A

أ) عين معادلة ديكارتية لـ (Q)

ب) أثبت أن M_0 هي المسقط العمودي للنقطةA على(D)

التمرين الثالث: ﴿6 نقاط﴾

ليكن a عدد مركب غير معدوم و $\bar{a}$ مرافق العدد a

- الجزء الأول :

1) نعتبر في مجموعة الأعداد المركبة ℂ المعادلة : $i.z^2+\left(\bar{a}+a-i\right)z-a-\bar{a}.a.i=0$...............$(E)$

- تحقق أن مميز المعادلة (E) هو : $\Delta=\left(\overline{a}-a-i\right)^2$.

- حل في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلة (E).

2) بين أن $\overline{a}$ حل للمعادلة (E) إذا وفقط إذا كان $\mathbf{Re}(\overline{a})=\mathbf{Im}(\overline{a})$

(حيث $\mathbf{Re}(\overline{a})$ هو الجزء الحقيقي لـ $\overline{a}$ و $\mathbf{Im}(\overline{a})$ هو الجزء التخيلي لـ $\overline{a}$)

- الجزء الثاني: نفرض أن $\mathbf{Re}(\overline{a})\neq\mathbf{Im}(\overline{a})$

في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(o;\vec{i};\vec{j}\right)$

نعتبر النقط $C;B;A$ التي لواحقها $Z_A=\overline{a}$; $Z_B=-a.i$; $Z_C=1-\overline{a}.i$ على الترتيب

3) نضع : $Z=\dfrac{\left(1-\overline{a}.i\right)-a.i}{\overline{a}-a.i}$

- تحقق أن : $\overline{Z}=\dfrac{-i+a+\overline{a}}{\overline{a}-a.i}$.

- بين أن النقط $C;B;A$ في استقامة إذا وفقط إذا كان $\mathbf{Re}(\overline{a})=\dfrac{1}{2}$.

4) نفرض في هذا السؤال أن $\mathbf{Re}(\overline{a})\neq\dfrac{1}{2}$

نعتبر الدوران R_1 الذي مركزه B وزاويته $\dfrac{-\pi}{2}$ و الدوران R_2 الذي مركزه B وزاويته $\dfrac{\pi}{2}$

نضع $R_1\left(A\right)=A'$ و $R_2\left(C\right)=C'$ ولتكن E منتصف القطعة $[AC]$ لاحقتها Z_E

- حدد $Z_{A'}$; $Z_{C'}$ لاحقتي النقطتين A' ; C' على الترتيب

- أحسب $\dfrac{Z_{C'}-Z_{A'}}{Z_E-Z_B}$.

- استنتج قيمة $\dfrac{A'C'}{BE}$ وقيسا للزاوية $\left(\overline{\overrightarrow{BE},\overrightarrow{A'C'}}\right)$.

التمرين الرابع: (5 نقاط)

1) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $]-1;+\infty[$ بـ : $g(x)=\dfrac{x}{x+1}-2\ln(x+1)$

أ/ أدرس تغيرات الدالة g

ب/ أحسب $g(0)$

ج/ بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل بالضبط حلين أحدها 0 والأخر نرمز له بـ α ينتمي لـ $]-0,72;-0,71[$

د/ استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]-1;+\infty[$

2) نعتبر الدالة f للمتغير الحقيقي x المعرفة على $]-1;0[\cup]0;+\infty[$ كمايلي : $f(x)=\dfrac{\ln(x+1)}{x^2}$

و (C_f) هو التمثيل البياني للدالة في المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(o;\vec{i};\vec{j}\right)$

أ/ استعن بالجزء الأول وأدرس تغيرات الدالة f

ب/ بين أن $f(\alpha)=\dfrac{1}{2\alpha\left(\alpha+1\right)}$

ج/ استنتج قيمة مقربة لـ $f(\alpha)$ بأخذ $\alpha=-0,715$

د/ مثل المنحنى (C_f) في المستوى السابق (الوحدة $2.cm$)