

التمرين الأول: (4 نقاط)

- α عدد طبيعي أكبر تماما من 4
 n عدد طبيعي يكتب : $\overline{10141}$ في نظام التعداد ذو الأساس α
ويكتب $\overline{3035}$ في نظام التعداد ذو الأساس $(\alpha+1)$
(1) بين أن α يحقق : $\alpha(\alpha^3 - 3\alpha^2 - 8\alpha - 8) = 10$
(2) استنتج قيمة α وأكتب العدد $A = 3(n-1)$ في النظام العشري .
(3) نضع $\alpha = 5$ أكتب A في نظام تعداد ذو الأساس 5 .

التمرين الثاني: (5 نقاط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد متجانس نعتبر المستويين (p_1) ، (p_2) المعرفين بالمعادلتين :

$$(p_2): x - 2y + 4z - 9 = 0 \quad , \quad (p_1): -2x + y + z - 6 = 0$$

- (1) أثبت أن المستويين (p_1) ، (p_2) متعامدان .
(2) ليكن المستقيم (D) المشترك بين (p_1) ، (p_2)

$$\begin{cases} x = -7 + 2t \\ y = -8 + 3t \\ z = t \end{cases} \quad ; \quad t \in R \quad \text{هو} \quad (D) \quad \text{اثبت أن التمثيل الوسيطى لـ} (D)$$

(3) لتكن M نقطة من (D) و A النقطة ذات الإحداثيات $(-9; -4; -1)$

(أ) تحقق من أن A لا تنتمي إلى (p_1) ولا تنتمي إلى (p_2)

(ب) أحسب بدلالة t المسافة AM^2

(ج) φ دالة معرفة على R بالعلاقة : $\varphi(t) = 2t^2 - 2t + 3$

- أدرس تغيرات الدالة f مستنتجا إحداثيات M_0 بحيث تكون AM_0 أصغر ما يمكن .

(4) ليكن (Q) المستوي العمودي على (D) والذي يشمل A

(أ) عين معادلة ديكارتية لـ (Q)

(ب) أثبت أن M_0 هي المسقط العمودي للنقطة A على (D)

التمرين الثالث: (6 نقاط)

نعتبر في مجموعة الأعداد المركبة \square المعادلة : $(E) \dots\dots\dots z^2 - 3i.z - 3 - i = 0$

وليكن z_1 ; z_2 حلان للمعادلة (E) بحيث الجزء الحقيقي لـ z_1 سالب $(\text{Re}(z_1) < 0)$

(1) دون حساب z_1 ; z_2 حلي (E) أعط الشكل الجبري للعدد المركب $\frac{1}{z_1} + \frac{1}{z_2}$

(2) أحسب $(2+i)^2$

(3) حل في \square المعادلة (E) .

(4) أ/ أكتب على الشكل المثلي العدد المركب z_1 .

ب/ بين أن $\left(\frac{z_1}{\sqrt{2}}\right)^{2010}$ تخيلي صرف .

5) نعتبر في المستوي المركب النقط $A; B; C$ التي لواحقها $Z_A = -1+i$; $Z_B = 1+2i$; $Z_C = 2$ على الترتيب

أ/ أحسب العدد المركب $\frac{Z_C - Z_B}{Z_A - Z_B}$.

ب/ فسر هندسيا عمدة العدد المركب $\frac{Z_C - Z_B}{Z_A - Z_B}$.

ج/ بين أن المثلث ABC قائم ومتساوي الساقين .

6) أ/ برهن أن عبارة الدوران الذي مركزه $M_0(Z_0)$ وزاويته θ والذي يرفق بكل نقطة $M(Z)$ النقطة $M'(Z')$

هي : $Z' - Z_0 = (\cos \theta + i \sin \theta)(Z - Z_0)$

ب/ تطبيق : عين الطبيعة والعناصر المميزة للتحويل R المعرف بـ : $Z' = i.Z + 3 + i$

التمرين الرابع: (5 نقاط)

1) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $]-1; +\infty[$ بـ : $g(x) = \frac{x}{x+1} - 2\ln(x+1)$

أ/ أدرس تغيرات الدالة g

ب/ أحسب $g(0)$

ج/ بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل بالضبط حلين أحدهما 0 والآخر نرمز له بـ α ينتمي لـ $]-0,72; -0,71[$

د/ استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]-1; +\infty[$

2) نعتبر الدالة f للمتغير الحقيقي x المعرفة على $]-1; 0[\cup]0; +\infty[$ كمايلي : $f(x) = \frac{\ln(x+1)}{x^2}$

و (C_f) هو التمثيل البياني للدالة في المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o; \vec{i}; \vec{j})$

أ/ استعن بالجزء الأول وأدرس تغيرات الدالة f

ب/ بين أن $f(\alpha) = \frac{1}{2\alpha(\alpha+1)}$

ج/ استنتج قيمة مقربة لـ $f(\alpha)$ بأخذ $\alpha = -0,715$

د/ مثل المنحنى (C_f) في المستوى السابق (الوحدة 2.cm)