ثانوية حي 1000مسكن	**السنة الدراسية 2008 /2009**
بـــــــــــريكة	**المدة : 3 سا**
الإختبار الثاني في مادة الرياضيات	**الأقسام : 3هندسة مدنية**

التمرين الأول :(5 نقط)

(u_n) متتالية عددية معرفة كمايلي :$u_0=1$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=\frac{3u_n+2}{u_n+1}$

1) أرسم في مستوي منسوب الى معلم متعامد متجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$ المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x$ والمنحني (c) للدالة f المعرفة على المجال $]0، +\infty[$ كمايلي : $f(x)=\frac{3x+2}{x+1}$

2) بإستعمال الرسم السابق مثل بيانيا المتتالية (u_n) في نفس المعلم

3) ضع تخمينا حول إتجاه تغير المتتالية (u_n) وتقاربها

4) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $1\leq u_n\leq 3$

5) تحقق أن (u_n) متقاربة . برر إجابتك

التمرين الثاني :(5 نقط)

لتكن g الدالة العددية المعرفة على المجال $]0 ، +\infty[$ كمايلي : $g(x)= x-\frac{1}{x}-2Ln(x)$

1) أحسب $g(1)$
2) أدرس تغيرات الدالة g
3) إستنتج إشارة $g(x)$

نعتبر الدالة f الدالة المعرفة على المجال $]0 ، +\infty[$ كما يلي : $f(x) = x+\frac{1}{x}-(Lnx)^2-2$

ليكن (c_f) تمثيلها البياني في مستوي منسوب الى معلم متعامد متجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$

1)بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{(Lnx)^2}{x}=0$. (يمكن وضع $t=\sqrt{x}$) ثم أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2) تحقق أن $f\left(\frac{1}{x}\right)= f(x)$ لكل x من$]0 ، +\infty[$

3) بين أن : $f'(x)=\frac{g(x)}{x}$ لكل x من المجال$]0 ، +\infty[$ ، ثم عين جدول تغيرات الدالة f

1) أنشئ المنحني (c_f)

التمرين الثالث :(4 نقط)

1) حل في C المعادلة ذات المجهول Z : $Z^2-2Z+2=0$
2) أكتب كلاً من حلي هذه المعادلة على الشكل الأسي
3) إستنتج حلول المعادلة : $(-iZ+i3+3)^2-2(-iZ+i3+3)+2=0$

في المستوي مستوي منسوب الى معلم متعامد متجانس$(o,\vec{i},\vec{j})$

نعتبر النقط A ، B ، C صور الأعداد المركبة :

$Z_1=1+i$ ، $Z_2=\overline{Z_1}$ ، $Z_3=2Z_2$ على الترتيب

1) أكتب Z_2 و Z_3 على الشكل الجبري

2) برهن أن النقط A ، B ،C تنتمي إلى الدائرة التي مركزها النقطة P ذات الاحقة $Z_0=3$ ونصف القطر $\sqrt{5}$

3) أحسب:$\frac{Z_3-Z_0}{Z_1-Z_0}$ إستنتج طبيعة المثلث PAC

التمرين الرابع : (3 نقط)

نعتبر في الفضاء المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(o،\vec{i}،\vec{j}،\vec{k})$

النقط $A(2، 0 ، -1)$ ، $B(2 ، 4 ، 2)$ ، $C(3 ، 3 ، 3)$ و الكرة (S) التي معادلتها الديكارتية هي :

$$X^2 + Y^2 + Z^2 - 4X - 4Y - 8Z + 20 = 0$$

1) بين أن مركز (S) هي النقطة $\omega(2 ، 2 ، 4)$ وأن نصف قطرها يساوي 2

2) ليكن (P) المستوي المار من النقطة A والعمودي على (BC) . بين أن معادلة ديكارتية للمستوي (P) هي :

$$X - Y + Z - 1 = 0$$

3) بين أن المستوي(P) يقطع الكرة (S) وفق دائرة نصف قطرها يساوي 1

4) حدد تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ)الذي يشملω و العمودي على (P) .

<u>التمرين الخامس</u> : (3 نقط)

1) عين كل الثنائيات (a ،b) من الأعداد الطبيعية التي تحقق :

$$PGC(a,b) = 42$$

$$PPC(a,b) = 1680$$

$$420 \geq a \geq 168$$

2) أوجد مجموعة قيم العدد الصحيح x بحيث يكون : $8x \equiv 7 [5]$

3) حل في Z^2المعادلة : $336x+210y = 294$

الإجابة النموذجية وسلم التنقيط

لإختبار مادة الرياضيات **الشعبة : الثالثة هندسة مدنية**

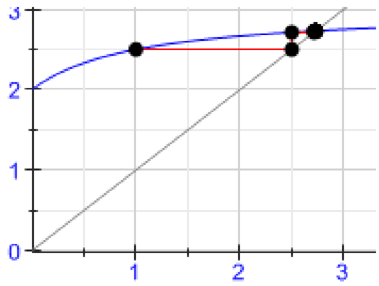
محور الموضوع	عناصر الإجابة	العلامة مجزأة
المتتاليات العددية		

التمرين الأول :

1) دراسة تغيرات f علي المجال $[0;+\infty[$

جدول التغيرات

X	0	$+\infty$
f(x)	2 ↗	3



إنشاء المنحنى (c) ــ إنشاء (Δ) — **2.5**

2) تمثيل الحدود — **0.5**

3) التخمين : (U_n) متزايدة ومحدودة من الأعلى وبالتالي فهي متقاربة — **1**

4)البرهان بالتراجع على أنه من أجل كل عدد طبيعي n

لدينا : $U_0 = 1$ إذن $1 \le U_0 \le 3$

نفرض $1 \le U_n \le 3$ ونبرهن أن $1 \le U_{n+1} \le 3$

من جدول التغيرات وبما أن f مستمرة ومتزايدة تماما على المجال [1 ، 3] و

f(1) = ، f(3) = نستنتج أن صورة أي عدد حقيقي x من المجال]3 ، 1] بالدالة

f هي العدد الحقيقي f(x) من المجال وحيث أن محتوى في

[1، 3] ينتج أن [1، 3] f(x) — **1**

5) التحقق من أن (U_n) متقاربة

إثبات أن (U_n) متزايدة ($U_{n+1} - U_n > 0$)

و (U_n) محدودة من الأعلى (البرهان بالتراجع)

التمرين الثاني : $g(x) = x - \frac{1}{x} - 2\ln(x)$

1) $g(1) = 0$ — **0.25**

2)دراسة تغيرات الدالة g

x	0	1	$+\infty$
g'(x)	+	0	+
g(x)	↗	0	↗

$g'(x) = \frac{(x-1)^2}{x^2}$ — **0.5**

$g'(x) \ge 0$ — **0.25**

اشارة g(x) : $g(x) < 0$ لما $0 < x < 1$ ، $g(x) > 0$ لما $x < 1$ — **0.5**

❖ نضع $\sqrt{x}$ t=

$\frac{(\ln x)^2}{x} = 4\frac{(\ln t)^2}{t^2}$ ومنه $\lim f(x) = +\infty$ لما x يؤول $+\infty$ — **0.5+0.5**

❖ التحقق $f(\ ) = f(x)\frac{1}{x}$ — **0.25**

0.25   0.25

.3 $f'(x) = \dfrac{g(x)}{x}$

0.5

❖ ∞ $+\infty$ 1 $\lim\limits_{x\to+} f(x)=+ = \lim\limits_{x\to 0} f(x) = \lim\limits_{x\to+} f\frac{1}{x}$ □0

0.5

x	0	1	$+\infty$
f'(x)	-		+
f(x)	1 ↘	0	↗ $+\infty$

❖ الرسم

التمرين الثالث :

0.75   0.5

.I المعادلة : $z^2 -2z +2 = 0$

.1 $\Delta = 4i^2$ و $z_1 = 1 - i \; ; \; z_2 = 1 + i$

0.5

.2 كتابة الاسية $z_1 = \sqrt{2}e^{\frac{\pi}{4}i} ; z_2 = \sqrt{2}e^{\frac{7\pi}{4}i}$

0.5

.3 استنتاج حلول المعادلة : بوضع $z' = -iz +3i+3$ فان المعادلة ثصبح من الشكل

$z'_1 = 4-2i \; ; \; z'_2 = 2-2i$

.II

0.75   0.75

❖ كتابة z_2 ;z_3على الشكل الجبري z_2 ; $z_3=2z_2$ فان $z_3 = 2- 2i$ و $z_2 = 1-i$

❖ معادلة الدائرة: $(x-3)^2 + y^2 = 5$ احداثيا النقط A .B .C تحقق معادلة الدائرة

❖ $\frac{z_3 - z_0}{z_1 - z_0} = i$ ، $\left|\frac{z_3 - z_0}{z_1 - z_0}\right| = 1$ و $\arg(\frac{z_3 - z_0}{z_1 - z_0}) = \frac{\pi}{2}$ نستنتج ان المثلث pac قائم متساوي الصاقين

0.5

التمرين الرابع :

.1 $(x-2)^2 +(y-2)^2 + (z-4)^2 = 4$ معادلة كرة (s) مركزها(2;2;4) ونصف قطرها 2

1

.2 (p')المستوي يشمل النقطة A(2;0;-1)وعمودي على (BC)

0.5

معادلته هي $x-y+z -1=0$

0.5

.3 تقاطع المستوي (p) والكرة (s)

المسافة بين مركز (s) والمستوي (p) هي □:التحقق $L=\sqrt{3}$ ^{2}(نصف قطر الكرة)= ^{2}(نصف قطر الدائرة)+ L^2

0.5

^{2}(نصف قطر الكرة)= ^{2}(نصف قطر الدائرة)+ L^2

.4 التمثيل الوسيطي للمستقيم (Δ) الذي يشمل wوالعمدي على (p)

الشعاع الناظمي V(1;-1;1) : $\begin{cases} x = k+1 \\ y = -k+2 \\ z = k+4 \end{cases}$

1.5

التمرين الخامس:

1

.1 a=42a' وb=42b'

a'b'=40

.2 x=5k+4

.3 حلول المعادلة :

$X=5k+4$ و $y=-8k-5$

a'	5	8
b'	8	5
a	210	336
b	336	210