ثانوية : قهواجي بوعلام 2012 - 2011	امتحـــــــان الفصـل الثاني فـــي مـــادة الـريـاضـيـــــــات	قسم : 3 ر المدة : 4 ساعات

التمرين الأول : (4 نقاط)

لتكن الدالة f المعرفة على $]2;+\infty[$ كما يلي : $f(x)=x+ln\left|\frac{x-2}{x+2}\right|$.

1. عين الدالة المشتقة للدالة g حيث : $g(x)=(x+a)ln|x+a|-x$.
2. استنتج دالة أصلية للدالة $h: x\mapsto ln|x+a|$.
3. عين دالة أصلية للدالة f على $]2;+\infty[$.

التمرين الثاني : (6 نقاط)

نرفق بكل عدد مركب z يختلف عن 1 العدد المركب $f(z)$ حيث $f(z)=\frac{z-i}{z-1}$

1. أكتب العدد $f(1+i)$ على شكله الجبري .
2. عبر عن $\overline{f(z)}$ بدلالة $\bar{z}$.
3. لتكن M صورة العدد مركب $z=x+iy$ في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$
   أ. عين مجموعة النقط M من المستوى بحيث يكون $f(z)$ حقيقيا سالبا تماما.
   ب. عين مجموعة النقط M حتى يكون $|f(z)|=1$.
4. في المستوى المركب نعتبر النقط A,B و C لواحقها على الترتيب $Z_A=1$. $Z_B=i$ ، $Z_C=1+i$
   أ. ما نوع المثلث ABC ؟
   ب. عين لاحقة النقطة D نظيرة C بالنسبة إلى المستقيم (AB) واستنتج طبيعة الرباعي $ABCD$
5. E نقطة لاحقتها $Z_E=-1$ نعتبر التحويل النقطي S الذي يحول النقطة C إلى B و المنقطة B إلى E .
   عين العبارة المركبة للتحويل S ثم استنتج طبيعة وعناصره المميزة .

التمرين الثالث : (5 نقاط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ نعتبر المجموعة (S) حيث:

$$(S)=\left\{M(x;y;z)\ ;\ x^2+y^2+z^2-4y-5=0\right\}$$

والمستوي المعرف بـ: $(P):\ 2x-2y+z-2=0$

1. بين أن (S) سطح كرة يطلب تعين مركزها و نصف قطرها.
2. حدد الوضعية النسبية للمستوي (P) ولسطح الكرة (S).
3. نعتبر المستوي (P_m) المعرف بـ : $(P_m):\ 2mx+(1-2m)y+mz+1-2m=0$ حيث: $m\in IR$

أ) ليكن المستقيم (Δ) ذو التمثيل الوسيطي : $(\Delta):\begin{cases}x=t\\y=-1\\z=-2t\end{cases};t\in IR$

ب) بين أن المستقيم (Δ) محتوى في المستوي (P_m).

ت) حدد قيمة m لكي يكون المستوي (P_m) مماسا لسطح الكرة (S).

التمرين الرابع : (5 نقاط)

1. لتكن f دالة معرفة على المجال $]-1,+\infty[$ بـ: $f(x) = In(x+1)$

   بين أن f متزايدة تماما على المجال $]-1,+\infty[$.

2. لتكن (u_n) متتالية عددية معرفة من أجل كل عدد طبيعي n كما يلي : $u_0 = e$ و $u_{n+1} = In(1+u_n)$

   برهن بالتراجع من اجل كل n طبيعي : $u_n > 0$.

3. نعتبر الدالة g معرفة على المجال $]-1,+\infty[$ كما يلي : $g(x) = In(x+1) - x$

   أ/ أحسب نهاية الدالة g عند $+\infty$.

   ب/ أدرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها .

   ج/ حدد إشارة $g(x)$ ثم استنتج أن المتتالية (u_n) متناقصة .

4. بين أن المتتالية (u_n) متقاربة .