ثانوية ابن الهيثم البيض

الاختبار الثاني في مادة الرياضيات
السنة الدراسية : 2009 – 2010

الشعبة: الثالثة تقني رياضي — المدة: 4 ساعات

التمرين الأول : θ عدد حقيقي من المجال $]0\ ;\ 2\pi[$

1) * تحقق أن : $\left(e^{i\theta}-i\right)^2=-1+e^{2i\theta}-2ie^{i\theta}$ و $(z-i)^2+1=z^2-2iz$
* حل في مجموعة الأعداد المركبة C المعادلة ذات المجهول z الاتية :

$$z^2-2iz+2ie^{i\theta}-e^{2i\theta}=0$$

2) نرمز بـ M_1 و M_2 للنقطتين اللتين لاحقتيهما $e^{i\theta}$ و $2i-e^{i\theta}$ عل الترتيب في المستوي المنسوب إلي معلم متعامد متجانس.
* عين ثم أنشئ مجموعة النقط M_1 لما يتغير θ في المجال $]0\ ;\ 2\pi[$.
* عين لاحقة I منتصف القطعة $[M_1M_2]$.
* استنتج طبيعة مجموعة النقط M_2 لما يتغير θ في المجال $]0\ ;\ 2\pi[$ ثم أنشئها .

3) * بين أن : $\left(M_1M_2\right)^2=8(1-\sin\theta)$
* استنتج قيمة θ التي من اجلها تكون للمسافة M_1M_2 أكبر قيمة ممكنة .

التمرين الثاني : نعتبر الفضاء منسوب إلي معلم متعامد متجانس $\left(o\ ,\ \vec{i}\ ,\ \vec{j}\ ,\ \vec{k}\right)$ و النقط
$A(3\ ,\ 0\ ,\ 10)$ ، $B(0\ ,\ 0\ ,\ 15)$ ، $C(0\ ,\ 20\ ,\ 0)$

1) * عين تمثيلا وسيطيا للمستقيم (AB) .
* تحقق أن المستقيم (AB) يقطع محور الفواصل في النقطة $E(9\ ,\ 0\ ,\ 0)$
* برر أن النقط A ، B ، C ليست علي استقامة واحدة .

2) لتكن H المسقط العمودي للنقطة o مبدأ المعلم عل المستقيم (BC)
* برر أن المستقيم (BC) عمودي عل المستوي (oEH)
* استنتج أن (EH) الارتفاع المتعلق بالضلع $[BC]$ في المثلث EBC.

3) * عين معادلة ديكارتية للمستوي (oEH)
* تحقق أن المعادلة $20x+9y+12z-180=0$ معادلة ديكارتية للمستوي (ABC).
* بين أن الجملة : $\begin{cases}x=0\\4y-3z=0\\20x+9y+12z-180=0\end{cases}$ تقبل حلا وحيدا
* ماذا يمثل هذا الحل ؟
* تحقق أن EH = 15 ثم احسب مساحة المثلث EBC .

التمرين الثالث: نعتبر الدالة العددية f المعرفة علي $]0\ ;\ 1[$ بالعبارة $f(x) = x(2 - x)$

1) * أنجز جدول تغيرات الدالة f
* بين انه إذا كان x ينتمي إلى $]0\ ;\ 1[$ فان f(x) ينتمي الي $]0\ ;\ 1[$

2) نعرف المتتالية العددية (U_n) علي IN كمايلي :

$$\begin{cases} U_0 = \frac{1}{8} \\ U_{n+1} = U_n\left(2 - U_n\right) \end{cases}$$

* احسب U_1 ، U_2 ، U_3
* في معلم متعامد متجانس (الوحدة : 8 cm) أنشئ المنحني (C) الممثل للدالة f والمستقيم (D) ذو المعادلة y = x
* مثل الحدود U_0 ، U_1 ، U_2 ، U_3 عل محور الفواصل وذلك بالاستعانة بالمنحني (C) و المستقيم (D).
* ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (U_n) وتقاربها انطلاقا من التمثيل البياني

3) * برهن بالتراجع أن من أجل كل عدد طبيعي n : $0 < U_n < 1$
* بين أن المتتالية (U_n) متزايدة على IN. ماذا تستنتج بالنسبة إلي تقارب المتتالية (U_n)؟

4) نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $V_n = 1 - U_n$
* عبر عن V_{n+1} بدلالة V_n
* استنتج أن مهما يكن العدد الطبيعي n : $V_n = \left(V_0\right)^{2^n}$
* استنتج نهاية المتتالية (V_n) ثم نهاية المتتالية (U_n) .

التمرين الرابع :

1) تحقق أن العدد 67 أولي
2) نعتبر في المجموعة Z^2 المعادلة ذات المجهول الثنائية (x,y) : $5x + 67y = 2010$ (1)
* بين أنه إذا كانت الثنائية (x,y) حلا للمعادلة (1) فإن x مضاعف للعدد 67 وy مضاعف للعدد 5
* حل في Z^2 المعادلة (1)
3) عين الثنائيات الطبيعية (a ,b) التي تحقق $5m + 67d = 2010$ حيث d يرمز إلي القاسم المشترك الأكبر للعددين a و b و m إلي مضاعفهما المشترك الأصغر.