

القسم: 3 ع ت	اختبار الفترة الثانية في مادة الرياضيات	مديرية التربية لولاية تيسمسيلت ثانوية محمد بوضياف خميستي
--------------	---	---

### التمرين الأول: (06نقط)

نعتبر المتتالية  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  المعرفة كما يلي :

$$\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = \frac{2u_n - 1}{4 - u_n} \end{cases}$$

- 1- بين أن:  $-1 \leq u_n \leq 3$  من أجل كل عدد طبيعي  $n$ .  
2- أدرس رتبة المتتالية  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  استنتج أن المتتالية  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  متقاربة و أحسب  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$ .

3- نعتبر المتتالية  $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$  المعرفة كما يلي:  $v_n = \frac{u_n - 3}{u_n + 1}$

- بين أن  $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$  هندسية ثم حدد أساسها و حددها الأول.
- أحسب  $v_n$  ثم  $u_n$  بدلالة  $n$  ، و استنتج  $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n$ .
- أحسب  $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$  ثم  $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$ .

### التمرين الثاني: (03.5 نقطة)

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس  $(O; \bar{i}; \bar{j})$  نعتبر المستوي  $(P)$  الذي معادلته

$$x - z + 1 = 0 \text{ و وسطح الكرة } (S) \text{ التي مركزها } \Omega(1; 0; 0) \text{ و نصف قطرها } r = 2.$$

1- بين أن  $(P)$  و  $(S)$  يتقاطعان وفق دائرة  $(\gamma)$ .

2- حدد مركز و نصف قطر الدائرة  $(\gamma)$ .

### التمرين الثالث: (04 نقط)

1- أكتب على الشكل الجبري العدد المركب  $(4+i)^2$ .

2- حل في المجموعة  $\mathbb{C}$  المعادلة  $z^2 + (2-3i)z - 5(1+i) = 0$ .

3- نعتبر في المستوي المركب النقط  $A, B, C$  التي لواحقتها  $a = 1+2i$  و  $b = -3+i$  و  $c = 6i$

أ- أكتب على الشكل المثلثي  $\frac{c-a}{b-a}$ .

ب- استنتج أن المثلث  $ABC$  متساوي الساقين و قائم الزاوية ،

### التمرين الرابع: (06.5 نقطة)

نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة على المجال  $]0; 2[$  بمايلي:  $f(x) = \ln\left(\frac{x}{2-x}\right)$

وليكن  $(C_f)$  المنحني الممثل للدالة  $f$  في معلم متعامد و متجانس  $(O; \bar{i}; \bar{j})$ .

1- أ- أحسب  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$

ب- بين أنه من أجل كل  $x$  من المجال  $]0; 2[$ :  $f'(x) = \frac{2}{x(2-x)}$

ج - أعط جدول تغيرات الدالة  $f$ .

(2) أ- بين أن النقطة  $A(1;0)$  مركز تناظر للمنحني  $(C_f)$ .

ب- أكتب معادلة للمماس  $(T)$  للمنحني  $(C_f)$  في النقطة  $A(1;0)$ .

(3) نضع  $\phi(x) = f(x) - x$  لكل  $x$  من  $]0;2[$ .

أ- بين أن  $\phi\left(\frac{3}{2}\right) < 0$  و  $\phi\left(\frac{7}{4}\right) > 0$  (نأخذ  $\ln 3 \approx 1.1$  و  $\ln 7 \approx 1.94$ ).

ب- استنتج أن المعادلة  $f(x) = x$  تقبل حلا  $\alpha$  حيث  $\frac{3}{2} < \alpha < \frac{7}{4}$  و أول النتيجة هندسيا.

(4) أنشئ المنحني  $(C_f)$  و المماس  $(T)$ .

انتهى بالتوفيق و النجاح