

اختيار مادة الرياضيات

التمرين الأول (05 نقاط)

θ ; a عدنان حقيقيان .

في المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o, \vec{i}, \vec{j})$ يعطى التحويل النقطي Υ بالعلاقة المركبة :

$$2z' = (1 + i\sqrt{3})z - 2$$

1. أكتب على الشكل المثالي العدد المركب $z_0 = 1 + i\sqrt{3}$ ، ثم استنتج أن $z' = e^{i\theta}z + a$

2. استنتج طبيعة التحويل Υ و العناصر المميزة له

3. أكتب العبارة التحليلية للتحويل Υ

4. عين B' صورة النقطة B ذات اللاحقة $z_B = 1 - i\sqrt{3}$ بواسطة التحويل Υ

5. تأكد من أن $\Upsilon = t_{\vec{u}} \circ r$ دوران مركزه O و $t_{\vec{u}}$ انسحاب شعاعه $\vec{u}$ يطلب تعيينه

التمرين الثاني (03 نقاط): في فضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. نعتبر المستويان

$$(p): x + 3y - z + 1 = 0 \dots (P'): -x + y + 2z = 0$$

1. بين أن النقطة $A(-2, 0, -1)$ هي نقطة مشتركة بين (P) ; (P')

2. برهن أن المستويين (P) ; (P') متعامدان

3. أكتب معادلة الكرة ذات المركز A و نصف القطر AB حيث $B(+1, +1, -5)$

التمرين الثالث (04 نقاط)

لتكن $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ و $(V_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متتاليان معرفتان كما يلي و حدها لأول $U_0 = 4$ و من أجل كل عدد طبيعي n

$$V_n = \frac{2n-3}{n-1} - 4 \quad , \quad u_{n+1} = \frac{u_n - 2}{2}$$

نضع من أجل كل n

1. برهن بالتراجع على أن المتتالية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ محدودة من الأدنى بـ 2 -

• استنتج أن المتتالية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متناقصة

• بين أن المتتالية متقاربة و استنتج نهايتها

2. أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} V_n$.

3. برهن أن المتتاليات $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ و $(V_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متجاورتان

التمرين الرابع : (09 نقاط)

- حل في مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$ المتراجحة التالية : $e^x - 3 \geq 0$
- استنتج حلول المتراجحة $x \in \mathbb{R} : e^x - 3 < 0$
- نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة بـ : $f(x) = e^x - (3x + 1)$ و ليكن (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$.. تعطي $e = 2.72.....e^{\frac{5}{4}} = 3.48$
- 1. بين أن (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطتين $O(0,0) \dots M(\alpha,0)$ حيث $\alpha \in \left] \frac{5}{4}; 2 \right[$
- 2. عين عبارة f' الدالة المشتقة للدالة f ، ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f .
- 3. بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ ثم أستخدم جدول تغيرات الدالة f .
- 4. أثبت أن (C_f) يقبل (D) مستقيم مقارب مائل و (D) يقع تحت (C_f) . تطلب معادلته.
- 5. بين أن (C_f) لا يقبل مقارب مائل في جوار $+\infty \dots$ أرسم (C_f)
- نعتبر الدالة العددية g للمتغير الحقيقي x المعرفة بـ : $g(x) = e^x - \frac{3}{2}x^2 - x + 1$ و ليكن (C_g) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$

1. تأكد من أن g دالة أصلية لـ f على $\mathbb{R}$ و تأخذ القيمة 2 عند $x_0 = 0$
2. تأكد من أن $y = 2$ هي معادلة مماس لـ (C_g)
3. يعطي $g(\alpha) \approx 0.20$

❖ باستعمال نظرية القيم المتوسطة . برهن أن $g(x)$ تتعدم في المجال $\left] -\frac{3}{2}; -1 \right[$

- ❖ استنتج القيم الحدية للدالة ونقاط تقاطع (C_g) مع المحاور
- ❖ استنتج من (C_f) اتجاه تغير g ثم لخص تغيراتها في جدول
- ❖ مثل في نفس المعلم السابقة الدالة g