اختبارات الفصل الثاني

2008/02/24

رياضيات

الأقسام الثالثة علوم تجريبية

المدة: 03 ساعات

التمرين الأول : 04 نقاط

لتكن المتتالية (u_n) المعرفة بـ: $u_1 = 1$ و من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n ، $u_{n+1} = 2u_n + 3$

من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n نضع : $v_n = u_n + 3$

1. أثبت أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها وحدّها الأول .
   - احسب v_n بدلالة n ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n .
2. احسب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n = u_1 + \cdots\cdots\cdots + u_n$
   - عيّن العدد الطبيعي n بحيث يكون : $S_n = 28 - 3n$

التمرين الثاني : 04 نقاط

في المستوى المركب المنسوب للمعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ نأخذ وحدة القياس : $1cm$.

نعتبر العددين المركبين $z_A = 5 - 5i$ و z_B حيث طويلته $5\sqrt{2}$ و عمدة له $\frac{-7\pi}{12}$ و هما لواحق النقطتين A و B .

1. - علّم النقطة A.
   - أكتب z_A على الشكل الأسي .
2. نعتبر التحويل النقطي T الذي يرفق كل نقطة $M(z)$ بالنقطة $M'(z')$ حيث : $z' = e^{-i\frac{\pi}{3}}z$
   - عيّن طبيعة التحويل T مع تحديد عناصره .
   - بيّن أن : $T(A) = B$.
   - انشئ بعناية النقطة B .
3. - أكتب $e^{-i\frac{\pi}{3}}$ على الشكل الجبري .
   - أكتب عندئذ z_B علي الشكل الجبري .
   - استنتج القيم المضبوطة لكل من : $\cos\left(\frac{-7\pi}{12}\right)$ و $\sin\left(\frac{-7\pi}{12}\right)$

* اقلب الصفحـــــــــة *

التمرين الثالث : 05 نقاط

1. حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ كلا من المعادلتين :

$$z^2 - 2z + 5 = 0$$

$$z^2 - 2z + 3 + 2i\sqrt{3} = 0$$

2. نعتبر في المستوى المركب المنسوب للمعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ النقط A ، B ، C ، D ، E صور الأعداد المركبة :

$z_A = 1+2i$ ، $z_B = 1+\sqrt{3}+i$ ، $z_C = 1-2i$ ، $z_D = 2-i\sqrt{3}$ ، $z_E = i\sqrt{3}$

- أكتب $\dfrac{z_c - z_B}{z_A - z_B}$ على الشكل الجبري ثم استنتج طبيعة المثلث ABC.
- اكتب معادلة الدائرة (c) المحيطة بالمثلث ABC.
- اثبت أن النقط D ، E تنتمي إلى الدائرة (c) .
- انشئ (c) و النقظ A ، B ، C ، D ، E فى المعلم المعطى .

التمرين الثالث : 07 نقاط

نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $[0\ ;\ +\infty[$ بـ : $g(x) = \dfrac{2x}{1+x} - \ln(1+x)$

1. - عين نهاية الدالة g عند $+\infty$.
   - ادرس تغيرات الدالة g على المجال $[0\ ;\ +\infty[$ و شكل جدول تغيراتها .
2. بيُن أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $\alpha \in \,]3,9\ ;\ 4[$
3. استنتج إشارة $g(x)$ على المجال $[0\ ;\ +\infty[$.
4. f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x) = e^{-x}\ln(1+e^{2x})$

(C) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب لمعلم متعامد $(O;\vec{i};\vec{j})$ حيث :

$\|\vec{i}\| = 1cm$ ، $\|\vec{j}\| = 4cm$

أ. علماَ أن $\lim\limits_{t\to 0}\dfrac{\ln(1+t)}{t} = 1$ عيُن نهاية الدالة f عند $-\infty$.

ب . بيُن أن : $f(x) = \dfrac{2x}{e^x} + \dfrac{\ln(1+e^{-2x})}{e^x}$ عيُن عندئذ نهاية الدالة f عند $+\infty$.

5. بيُن أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = e^{-x}g(e^{2x})$ ثم عيُن إشارة $f'(x)$.
   - شكل جدول تغيرات الدالة f .
   - بيُن أن : $f\left(\dfrac{\ln\alpha}{2}\right) = \dfrac{2\sqrt{\alpha}}{1+\alpha}$. أنشـــــــــئ (C). يعطى $\dfrac{\ln\alpha}{2} \approx 0.6$ و $f\left(\dfrac{\ln\alpha}{2}\right) \approx 0.8$

* انتهـــــــــى *