الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
مديرية التربية لولاية الجزائر ثانوية سعيد حمدين – حيدرة

إختبار الفصل الثاني في مادة الرياضيات
القسم: **3رياضي**

التاريخ: **فيفري 2010** المدة: **04 ساعات**

التمرين الأول:

1. ادرس حسب قيم العدد الطبيعي n باقي قسمة 3^n على 7.
2. برهن من اجل كل عدد طبيعي n أن :

$$25^{3n} \times 4^{3n+1} + 100^{3n+1} + 1 \equiv 0[7]$$

3. اوجد قيم العدد الطبيعي n حيث :

$n^2 + n \times 71^{6n} + 31^{6n+3} - 5$ يقبل القسمة على 7.

4. اوجد الأعداد الصحيحة x التي تحقق من اجل كل n من N

$$17^{3n+2} \times 2x - 38^{3n+1} \equiv 0[7]$$

ثم استنتج قيم x الصحيحة حيث $|x-4| \leq 10$

5. ليكن العددين الطبيعيين A ، B حيث n عدد طبيعي

$$A = \overline{2n1n2n1n}^{(3)}$$

$$B = \overline{20102010}^{(3)}$$

a. عين العدد الطبيعي n حيث:

$$A \equiv 0[7]$$

- ثم احسب $A+B$ في النظام ذو الأساس 3.

(دون كتابة A ، B في النظام ذو الأساس العشري)

b. اكتب $A+B$ في النظام ذو الأساس 7.

التمرين الثاني:

نعتبر في الفضاء المزود بالمعلم المتعامد المتجانس $(o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ النقط

A (1, 1,2) B (-1, 0,-2) C (-1, 0,-6)

1. بين أن مجموعة النقط $M(x, y, z)$ التي تحقق $MA^2 - MB^2 = 1$

هي مستوي عمودي على المستقيم (AB)، نرمز له (P) يطلب تعيين معادلته.

2. لتكن (S) مجموعة النقط $M(x, y, z)$ التي تحقق

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 2z - 6 = 0$$

عين (S) و عناصرها.

3. G نقطة من الفضاء حيث G مرجح الجملة $\{(A,1)(B,-1)(c,1)\}$

a. عين إحداثيات G ثم تأكد أنها تنتمي إلى (S).

b. اكتب معادلة (Q) الذي يمس (S) في النقطة G.

c. عين (P) ∩ (Q).

4. لتكن (S') مجموعة النقط N من الفضاء حيث

$$NA^2 - NB^2 + NC^2 = 36$$

عين (S') ثم (S) ∩ (S').

التمرين الثالث:

نعتبر في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ كثير الحدود $P(z)$ ذو المتغير المركب z كالتالي :

$$P(z) = z^4 + 2z^3 + 5z^2 + 2z + 4$$

1. بين أن المعادلة $P(z) = 0$ تقبل حلا تخيليا صرفا ثم حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $P(z) = 0$.
2. نعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$ النقط A ، B ، C ، D ، I ذات اللواحق:

$$z_A = i \quad ، \quad z_B = \overline{z_A} \quad ، \quad z_C = -1 + 3i \quad ، \quad z_D = \overline{z_C}$$

I منتصف $[CD]$. - مثل النقط في المعلم.

a. اكتب العدد L على الشكل الأسي، حيث:

$$L = \frac{Z_A - Z_I}{Z_B - Z_I}$$

- استنتج طبيعة المثلث ABI.

b. عين المركز ω و نصف القطر r للدائرة (C) المحيطة بالمثل ABI .

أنشئ (C).

3. ليكن R دوران مركزه I زاويته $\frac{\pi}{2}$ ،

وليكن H تحاكي الذي يحول A إلى C و B إلى D.

a. عين العبارة في المستوي المركب ل R و H.

b. ما هي طبيعة التحويل $(H \circ R)$ محددا عبارته في المستوي المركب و عناصره.

4. عين معادلة (C') صورة (C) بالتحويل $(H \circ R)$ (مستعملا طريقتين).

أنشئ (C').

التمرين الرابع:

لتكن المتتالية (U_n) معرفة بحدها الأول U_0 و العلاقة التراجعية

$$U_{n+1}=\frac{7U_n+2}{U_n+8}$$

1. عين قيم U_0 التي من اجلها تكون المتتالية (U_n) ثابتة.
2. نفرض أن $U_0=0$
   a. أحسب U_1، U_2 ثم اثبت أنه من أجل كل n من N أن:
   $$0\le U_n\le 1$$
   b. أدرس إتجاه تغيرات (U_n).ماذا تستنتج ؟-أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} U_n$.
3. نعتبر المتتالية العددية (V_n) المعرفة كما يلي :

$$V_n=\frac{U_n+2}{U_n-1}$$

   a. أثبت أن (V_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول.
   b. عبر عن (U_n) بدلالة n ثم احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} U_n$ (تحقق من نتيجة السؤال 2. b.).
4.
   a. أحسب:
   $$S_n=V_0^2+V_1^2+.....V_n^2$$
   $$\pi_n=V_0\times V_1....\times V_n$$
   b. ابتداء من أي رتبة يكون $S_n\succ 2010$.

التمرين الخامس:

m عدد حقيقي موجب تماما و f_m الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على R ب:

$$f_m(x)=2x+3-(x+1)e^{mx}$$

(C_m) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$.

I.

1.

a. أحسب:

$$\lim_{x\to+\infty} f_m(x) \qquad \text{و} \qquad \lim_{x\to-\infty} f_m(x)$$

b. بين أن المستقيم (Δ) معادلته $y = 2x + 3$ مستقيم مقارب مائل لجميع المنحنيات (C_m).

c. أدرس وضعية (C_m) بالنسبة إلى (Δ).

2. بين أن جميع المنحنيات (C_m) تشمل نقطتين ثابتتين A و B يطلب تعيين إحداثيات كل منهما.

3. احسب $f'_m(x)$. أوجد معادلة المماس للمنحنى (C_m) عند النقطة فاصلتها 0.

II. نضع $m = 1$

1.

a. احسب $f'_1(x)$ ، $f''_1(x)$ ادرس تغيرات الدالة f'_1.

b. احسب $f'_1(0)$، و استنتج إشارة $f'_1(x)$.

c. ادرس تغيرات الدالة f_1.

2. بين أن المعادلة $f_m(x)$ تقبل حلين α، β حيث:

$0{,}92 < \alpha < 0{,}93$ ، $-1{,}56 < \beta < -1{,}55$

أنشئ (Δ) و (C_1).

3. باستعمال التكامل بالتجزئة، أحسب بدلالة α المساحة $A(\alpha)$ للحيز المحدد بالمنحنى (C_1) و المستقيمات معادلتها $x = 0$ ، $x = \alpha$ ، $y = 2x + 3$.

4. بين أن $A(\alpha) = \dfrac{2\alpha^2 + 3\alpha}{\alpha + 1}$ ثم اوجد حصرا ل $A(\alpha)$.

انتهى.

وفقكم الله.