اختبار الثلاثي الثاني في الرياضيات

المستوى و الشعبة : الثالثة ثانوي " علوم تجريبية " .   **المدة** : 3 ساعات .

التمرين الأول : (08ن)

f الدالة المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ كما يلي : $f(x)=ax+5+\dfrac{b}{x+1}+\ln(x+1)$

حيث a ، b ثابتان حقيقيان و (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

$A(1;3+\ln 2)$ ، $B(0;3)$ نقطتان من (C_f) .

(Δ) هو المماس للمنحنى (C_f) عند النقطة A

و (Δ') هو المماس للمنحنى (C_f) عند النقطة B .

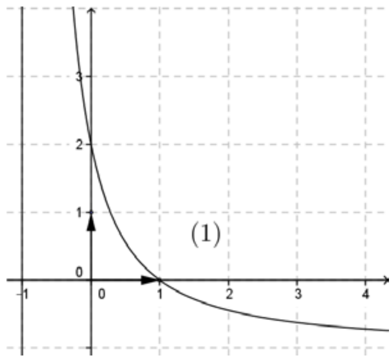
1) بقراءة بيانية :

أ) أحسب كلا من $f(0)$ ، $f'(0)$ ، $f(1)$ و $f'(1)$.

ب) عين ؛ حسب قيم x ؛ إشارة $f'(x)$.

ج) شكل جدول تغيرات الدالة f .

د) من بين المنحنيات (1) ، (2) و (3) عين مع التبرير المنحنى الممثل للدالة f' مشتقة الدالة f .



2) أ) بين أنه ؛ من أجل كل x من المجال $]-1;+\infty[$ تكون : $f(x)=-x+5-\dfrac{2}{x+1}+\ln(x+1)$.

ب) بين أن المستقيم الذي $x=-1$ معادلة له مستقيم مقارب للمنحنى (C_f) .

ج) بين أنه ؛ من أجل كل x من المجال $]-1;+\infty[$ ؛ يكون : $f'(x)=\dfrac{-x^2-x+2}{(x+1)^2}$.

د) استنتج ؛ حسب قيم x ؛ إشارة $f'(x)$.

3) ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي m ؛ عدد حلول المعادلة : $5-\dfrac{2}{x+1}+\ln(x+1)=3x+m$ حيث x هو المجهول .

4) g الدالة المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي : $g(x)=-x+6-\dfrac{2}{x}+\ln(x)$ و (C_g) تمثيلها البياني في المعلم $(O;\vec{i};\vec{j})$. - بين كيفية إنشاء (C_g) اعتمادا على (C_f) ثم أنشئه .

التمرين الثاني : (06ن)

الفضاء منسوب إلى معلم $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$. نعتبر النقط $A(3;-2;2)$ ، $B(6;1;5)$ ، $C(6;-2;-1)$

1) بين أن المثلث ABC قائم .
2) ليكن (P) المستوي الذي معادلته $x+y+z-3=0$
- بين أن (P) عمودي على المستقيم (AB) و يمر من النقطة A .
3) ليكن (P') المستوي العمودي على المستقيم (AC) و الذي يشمل A
- أكتب معادلة ديكارتية لـ (P') .
4) عين تمثيلا وسيطيا للمستقيم (d) تقاطع (P) و (P') .
5) لتكن D النقطة ذات الاحداثيات $(0;\alpha;\beta)$.

أ) عين العددين الحقيقيين α و β حتى يكون المستقيم (AD) عموديا على المستوي (ABC) .

ب) بيّن أن $ABCD$ رباعي الوجوه ، ثم أحسب حجمه .

ج) أحسب بعد النقطة D عن المستقيم (BC) ، ثم استنتج مساحة المثلث BCD .

د) استنتج بعد النقطة A عن المستوي (BCD) .

التمرين الثالث : (06ن)

1) نعتبر كثير الحدود $P(z)$ للمتغير المركب Z حيث : $P(z)=z^3-3z^2+3z+7$

أ) بيّن أنه إذا كان : Z_0 حلا للمعادلة $P(z)=0$ ، فإنّ $\overline{Z_0}$ حلا لها أيضا ($\overline{Z_0}$ مرافق Z_0)

ب) أحسب $P(-1)$ ، ثم بيّن أنه من أجل كل Z من $\mathbb{C}$: $P(z)=(z+1)(z^2+az+b)$
حيث a و b عددان حقيقيان يطلب تعيينهما .

ج) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $P(z)=0$.

2) $(O;\vec{u};\vec{v})$ معلم متعامد و متجانس للمستوى المركب .

نعتبر النقط A ، B و C والتي لواحقها على الترتيب $Z_A=-1$ ، $Z_B=2+i\sqrt{3}$ ، $Z_C=2-i\sqrt{3}$.

أ) أحسب $|Z_C-Z_A|$ ، $|Z_B-Z_A|$ ، ثم استنتج طبيعة المثلث ABC .

ب) عين Z_G لاحقة G مرجح الجملة : $\{(A;-1),(B;2),(C;2)\}$.

ج) أحسب طويلة و عمدة للعدد المركب $L=\dfrac{z_A-z_C}{z_G-z_C}$ ، ثم أكتب L على الشكل الأسي .

د) عين قيم العدد الطبيعي n التي يكون من أجلها العدد L^n حقيقيا .

هـ) بيّن أن L^{2015} تخيلي صرف .

و) استنتج طبيعة المثلث GAC .

التصحيح باختصار و سلم التنقيط (اختبار الثلاثي الثاني [2013/2012]- رياضيات - 3ع. تجريبية)

التصحيح باختصار	العلامة

التمرين الأول: (08 ن)

1) أ) $f(0)=3$. $f'(0)=\frac{3-1}{0-(-1)}$ أي : $f'(0)=2$. $f(1)=3+\ln 2$. $f'(1)=0$.

0.25 + 0.50 + 0.25 + 0.25

ب) - إشارة $f'(x)$ في الجدول التالي :

x	-1		1		$+\infty$
$f'(x)$	‖	+	0	-	

0.50

- جدول تغيرات الدالة f هو التالي :

x	-1		1		$+\infty$
$f'(x)$	‖	+	0	-	
$f'(x)$	‖ $-\infty$	↗	$3+\ln 2$	↘	$-\infty$

0.50

ج) اعتمادا على إشارة f' نستنتج أن منحنى f' أعلى حامل محور الفواصل على المجال $]-1;1[$ و يقطعه في النقطة ذات الفاصلة 1 و أسفله على المجال $]1;+\infty[$ إذن : المنحنى الممثل للدالة f' هو المنحنى رقم (1) .

0.50

2) أ) لدينا: $f(1)=3+\ln 2$ معناه: $a+5+\frac{b}{2}+\ln 2=3+\ln 2$ أي: $a+\frac{b}{2}=-2$.

و لدينا: $f(0)=3$ معناه: $5+b=3$ أي: $b=-2$

و منه: $a=-1$.

01

و أخيرا: من أجل كل x من $]-1;+\infty[$ ؛ يكون :

$f(x)=-x+5-\frac{2}{x+1}+\ln(x+1)$.

ب) $\lim\limits_{\substack{x\to-1\\>}}(-x+5)=6$ و $\lim\limits_{\substack{x\to-1\\>}}\left(-\frac{2}{x+1}\right)=-\infty$

و $\lim\limits_{\substack{x\to-1\\>}}\left[\ln(x+1)\right]=-\infty$ إذن:

0.50

و منه: $\lim\limits_{\substack{x\to-1\\>}}f(x)=-\infty$ المستقيم الذي $x=-1$ معادلة له مستقيم مقارب للمنحنى (C_f) .

ج) $\lim\limits_{x\to+\infty}(-x+5)=-\infty$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(-\frac{2}{x+1}\right)=0$

و $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[\ln(x+1)\right]=+\infty$ إذن:

0.25

نهاية f عند $+\infty$ حالة عدم التعيين .

$$\lim_{x\to+\infty}f(x)=\lim_{x\to+\infty}(x+1)\left[\frac{-x+5}{x+1}-\frac{2}{(x+1)^2}+\frac{\ln(x+1)}{x+1}\right]$$

أي: $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=-\infty$.

0.50

د) من أجل كل x من $]-1;+\infty[$ ؛ فإن :

أي: $f'(x)=-1+\frac{2}{(x+1)^2}+\frac{1}{x+1}$ · $f'(x)=\frac{-x^2-x+2}{(x+1)^2}$.

0.50

هـ) إشارة $f'(x)$ من إشارة $\left(-x^2-x+2\right)$ على المجال $]-1;+\infty[$. لكثير الحدود $\left(-x^2-x+2\right)$ جذران

0.50

متمايزان هما: 1 و (-2) . ومنه: جدول الإشارة التالي:

x	-1		1		$+\infty$
$\left(-x^2-x+2\right)$	‖	+	0	-	
$f'(x)$	‖	+	0	-	

0.25

3) (1) ... $5-\frac{2}{x+1}+\ln(x+1)=3x+m$ تكافئ $f(x)=2x+m$ إذن: حل المعادلة (1) يعني إيجاد فواصل نقط تقاطع المنحنى (C_f) و المستقيم الذي $y=2x+m$ معادلة له وهو مستقيم يوازي المماس (Δ') و منه:

- إذا كان: $m\in]-\infty;3[$ فإن المعادلة (1) تقبل حلين من إشارتين مختلفتين .
- إذا كان: $m=3$ فإن المعادلة (1) تقبل حلا مضاعفا هو 0.
- إذا كان: $m\in]3;+\infty[$ فإن المعادلة (1) لا تقبل أي حل.

0.25 X 4

4) من أجل كل x من المجال $]0;+\infty[$ فإن : أي: $g(x)=f(x-1)$ و منه: (C_g) هو صورة (C_f) بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{i}$.

0.25

0.50

التمرين الثاني: (07 ن)

1) لدينا: $\overrightarrow{AB}(3;3;3)$ ، $\overrightarrow{AC}(3;0;-3)$.

0.50

نلاحظ أن: $3=1\times3$ لكن: $3\neq1\times0$ إذن: $\overrightarrow{AB}$ ، $\overrightarrow{AC}$ غير مرتبطين خطيا و منه: النقط A ، B و C ليست في استقامية و بالتالي فهي تعين مستويا هو (ABC) .

0.50

2) لدينا: $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=0$. إذن: المثلث ABC قائم في A .

0.50

3) أ- $\overrightarrow{AD}(-3;6;-3)$.

لدينا: $\overrightarrow{AD}.\overrightarrow{AB}=0$ و لدينا: $\overrightarrow{AD}.\overrightarrow{AC}=0$

0.50

إذن: $\overrightarrow{AD}$ عمودي على كل من الشعاعين $\overrightarrow{AB}$ ، $\overrightarrow{AC}$ و هما غير مرتبطين خطيا من المستوى (ABC) إذن: $\overrightarrow{AD}$ عمودي على المستوى (ABC) و منه: (AD) عمودي على المستوى (ABC).

0.50

التصحيح باختصار	العلامة

ب- (AD) عمودي على المستوى (ABC). إذن:
A هي المسقط العمودي للنقطة D على (ABC)
و منه: المسافة بين النقطة D و المستوى (ABC)
هي : DA حيث: $DA=3\sqrt{6}$. ← **0.50**

ج- حجم رباعي الوجوه $ABCD$ هو V حيث:
$V=\frac{1}{3}S.h$ مع: S مساحة القاعدة ABC و h ← **0.25**
ارتفاع رباعي الوجوه $ABCD$.
لدينا: $S=\frac{AB\times AC}{2}$ أي: $S=\frac{9\sqrt{6}}{2}$ و $h=DA$
أي: $h=3\sqrt{6}$. و أخيرا: $V=27u.v$. ← **0.50**

د- لدينا: $\overrightarrow{DB}\begin{pmatrix}6\\-3\\6\end{pmatrix}$ و $\overrightarrow{DC}\begin{pmatrix}6\\-6\\0\end{pmatrix}$
إذن: $\overrightarrow{DB}.\overrightarrow{DC}=54$. ← **0.50**
و لدينا: $\overrightarrow{DB}.\overrightarrow{DC}=DB\times DC\times\cos\left(\overrightarrow{DB};\overrightarrow{DC}\right)$
أي: $\overrightarrow{DB}.\overrightarrow{DC}=9\times 6\sqrt{2}\times\cos\left(\overrightarrow{DB};\overrightarrow{DC}\right)$
أي: $\overrightarrow{DB}.\overrightarrow{DC}=54\sqrt{2}\times\cos\left(\overrightarrow{DB};\overrightarrow{DC}\right)$ ← **0.75**
إذن: $54\sqrt{2}\times\cos\left(\overrightarrow{DB};\overrightarrow{DC}\right)=54$
و منه: $\cos\left(\overrightarrow{DB};\overrightarrow{DC}\right)=\frac{1}{\sqrt{2}}$.
و أخيرا: قيس الزاوية $\widehat{BDC}$ هو $\frac{\pi}{4}$ راديان . ← **0.25**

4) إحداثيات النقطة E هي : $(x_E;y_E;z_E)$ حيث:
$$\begin{cases}x_E=\frac{3+6+6}{3}\\ y_E=\frac{-2+1-2}{3}\\ z_E=\frac{2+5-1}{3}\end{cases}$$
أي: $\begin{cases}x_E=5\\ y_E=-1\\ z_E=2\end{cases}$. ← **0.50**

5) أ- $\left(\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right)\left(\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MD}\right)=0$
تكافئ: $3\overrightarrow{ME}.\overrightarrow{DA}=0$ أي: $\overrightarrow{ME}.\overrightarrow{DA}=0$
أي: $\overrightarrow{EM}.\overrightarrow{AD}=0$. ← **0.50**
و منه: (Γ) هي المستوى الذي يشمل النقطة E
و يعامد $\overrightarrow{AD}$ أي: هي المستوى (ABC). ← **0.25**
ب- $\overrightarrow{EM}.\overrightarrow{AD}=0$ تكافئ: $x-2y+z-9=0$
و هي معادلة المستوى (ABC) . ← **0.50**

التمرين الثالث: (05.00 ن)

1) أ) نضع: $P(Z)=Z^2+2Z+4$.
لدينا: $P\left(-1+i\sqrt{3}\right)=0$ ← **0.50**
إذن : العدد المركب $-1+i\sqrt{3}$ حل للمعادلة (1) .
ب) الحل الثاني لهذه المعادلة هو $\overline{-1+i\sqrt{3}}$ أي هو:
$-1-i\sqrt{3}$. ← **0.25**

2) أ) - لدينا: $|Z_A|=2$ و $\arg(Z_A)=\pi$ ← **0.50**
إذن: $Z_A=2e^{i\pi}$. و هو شكل أسي للعدد Z_A .
لدينا: $|Z_B|=2$ و $\arg(Z_B)=\frac{2\pi}{3}$
إذن: $Z_B=2e^{i\frac{2\pi}{3}}$. و هو شكل أسي للعدد Z_B . ← **0.75**
- لدينا: $Z_C=\overline{Z_B}$ إذن: $Z_C=2e^{-i\frac{2\pi}{3}}$. و هو شكل أسي للعدد Z_C . ← **0.25**
ب) لدينا: $|Z_A|=|Z_B|=|Z_C|=2$ أي:
إذن: $OA=OB=OC=2$ النقط A ، B و C تنتمي إلى الدائرة التي مركزها O و نصف قطرها 2 . ← **0.50**
أي: الدائرة المحيطة بالمثلث ABC هي الدائرة التي مركزها O و نصف قطرها 2 .
ج)
← **0.75**

3) أ) لدينا: $Z_A=\frac{Z_C+Z_D}{2}$ و منه: ← **0.50**
أي: $Z_D=2Z_A-Z_C$ أي: $Z_D=-3+i\sqrt{3}$.
ب) $\left(\overrightarrow{BD};\overrightarrow{BC}\right)=\arg\left(\frac{Z_C-Z_B}{Z_D-Z_B}\right)$
أي : $\left(\overrightarrow{BD};\overrightarrow{BC}\right)=\arg\left(\sqrt{3}i\right)$
أي: $\left(\overrightarrow{BD};\overrightarrow{BC}\right)=\frac{\pi}{2}$. ← **0.75**
ج) لدينا: $\left(\overrightarrow{BD};\overrightarrow{BC}\right)=\frac{\pi}{2}$
أي: $(BC)\perp(BD)$. و منه:
المثلث BCD قائم في النقطة B . ← **0.25**