

التمرين 01: (6ن)

الفضاء المنسوب إلي معلم متعامد متجانس $(\vec{o}, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

فيما يلي أجب بصحيح أو خطأ

1. نعتبر النقاط $A(0; 0; -3)$ و $B(-1; -1; -2)$ و $C(1; 1; -4)$ و $H(0; -3; -1)$

- (a) A, B, C علي استقامة واحدة. صحيح ، خطأ
- (b) C مرجح الجملة المثقلة $\{(A, 2); (B, -1)\}$. صحيح ، خطأ
- (c) H مرجح الجملة المثقلة $\{(A, 1); (B, 1); (C, 3)\}$. صحيح ، خطأ
- (d) A, B, C, H من مستوي واحد صحيح ، خطأ

2. (P) مستوي معادلته الديكارتية: $x + 2y + 3z + 9 = 0$ و (D) المستقيم المار من H وشعاع توجيهه $\vec{u} = \vec{i} + \vec{j} - \vec{k}$

- (a) التمثيل الوسيط لـ (D) هو $(k \in \mathbf{R})$ $\begin{cases} x = 2k \\ y = -3 + 2k \\ z = -1 - 2k \end{cases}$ صحيح ، خطأ
- (b) التمثيل الوسيط لـ (D) هو $(k \in \mathbf{R})$ $\begin{cases} x = 2 \\ y = -3k + 2 \\ z = -k - 2 \end{cases}$ صحيح ، خطأ
- (c) النقطة $C(1; 1; -4)$ تنتمي إلي (D) . صحيح ، خطأ
- (d) (D) محتوي في المستوي (P) . صحيح ، خطأ

3. نعرف مجموعة النقط (S) ذات المعادلة الديكارتية: $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 4z - 10 = 0$

- (a) (S) هي كرة مركزها $I(-2; 2; -4)$ صحيح ، خطأ
- (b) (S) هي كرة مركزها $\Omega(1; -1; 2)$ و نصف قطرها $r = 4$ صحيح ، خطأ
- (c) (S) هي كرة قطرها $[FK]$ حيث $F(1; -1; -2), K(1; -1; 6)$ صحيح ، خطأ
- (d) المستوي (P) و المجموعة (S) متقاطعان. صحيح ، خطأ

التمرين الثاني: (6ن)

حل في المعادلات والمترجمات التالية:

$$\frac{e^{2x} + 2e^x - 4}{3e^x - 2} = 1 \quad (1)$$

$$\ln |x - 2| = \ln |2x + 1| \quad (2)$$

$$\ln(x^2 - 2x) - \ln(4x - 5) \leq 0 \quad (3)$$

الفرع A: نعتبر الدالة g المعرفة علي $[0; +\infty[$ بـ: $g(x) = \ln(1+x) - x$

(1) أ- أحسب من أجل كل x من $[0; +\infty[$: $g'(x)$ ، ثم بين أن g متناقصة تماما علي $[0; +\infty[$

ب - استنتج أن من أجل كل x من $[0; +\infty[$: $g(x) \leq 0$

(2) بين أن من أجل كل x من $]0; +\infty[$: $0 < \ln(x+1) < x$

الفرع B: نعتبر الدالة f المعرفة علي المجال $[0; +\infty[$ بـ: $f(x) = x + \ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right)$

C_f المنحني الممثل لدالة f في المستوي النسوب إلي معلم متعامد متجانس (O, \vec{i}, \vec{j}) طول الوحدة $1cm$

(1) بين أن f معرفة علي المجال $]1; +\infty[\cup]-\infty; -1[$.

(2) أ- بين أن دالة f فردية. ب- أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$

(3) أ- أثبت أن من أجل كل x من D_f : $f'(x) = \frac{x^2 - 3}{x^2 - 1}$

ب- شكل جدول تغيرات الدالة f علي $]1; +\infty[$ ، ثم استنتج جدول تغيرات علي D_f

(4) أ- تحقق من أن (Δ) ذو المعادلة $y = x$ مستقيم مقارب للمنحني C_f .

ب - أدرس إشارة $\ln\left(\frac{x+1}{x-1}\right)$ في D_f (يمكن ملاحظة أن $\frac{x+1}{x-1} = 1 + \frac{2}{x-1}$)

ج- استنتج وضعية المنحني C_f بالنسبة للمستقيم (Δ)

(5) أنشئ كل من C_f و (Δ) .

الفرع C: نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة كما يلي: $u_n = f(n) - n$ من أجل كل n من $\mathbb{N}^* - \{1\}$

(1) أ- تحقق أن من أجل كل n من $\mathbb{N}^* - \{1\}$: $u_n = \ln\left(1 + \frac{2}{n-1}\right)$ ثم بين أن (u_n) متناقصة

(2) أ - بين -، $0 < u_n < \frac{2}{n-1}$ ب- أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} u_n$

ملاحظة: $f(\sqrt{3}) \approx 3,04$

بالتوفيق من أستاذتي المادة