المؤسسة متقن بريكة
السنة الدراسية09/08

اختبار الثلاثي الثاني في مادة الرياضيات

الثالثة علوم تجريبية تقني رياضي
الزمن03 سا

التمرين الأول

1. لتكن المتتالية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ
$$\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = \dfrac{1}{2-u_n} \qquad n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

- أحسب $u_1 \ ; u_2 \ ; u_3$ تعطى النتائج على شكل كسور غير قابلة للإختصار
- قارن الحدود الأربعة الأولى من المتتالية (u_n) بالحدود الأربعة الأولى من المتتالية (w_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ :- $w_n = \dfrac{n}{n+1}$
- باستعمال الإستدلال بالتراجع أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n $\quad u_n = w_n$

2. لتكن المتتالية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}^*$ بـ :- $v_n = \ln(\dfrac{n}{n+1})$ ($\ln$ يشير إلى اللوغاريتم النيبري)

- أثبت أن $v_1 + v_2 + v_3 = -\ln 4$
- أحسب المجموع $s_n = v_1 + v_2 + ...v_n$ ثم احسب نهاية s_n عندما $n \to +\infty$

التمرين الثاني

I g دالة معرفة على $[0;+\infty[$ بـ: $g(x) = \dfrac{2x^2}{x^2+1} - \ln(1+x^2)$

1.بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α من المجال $]1.9 \ ; \ 2[$

2.حدّد إشارة $g(x)$ على المجال $[0;+\infty[$

II f دالة معرفة على $[0;+\infty[$ بـ: $f(x) = \dfrac{\ln\left(1+x^2\right)}{x}$ إذا كان $x>0$ و $f(0)=0$

1. أ- ما هي نهاية $\dfrac{f(x)-f(0)}{x}$ عندما يؤول x إلى0؟

ب- استنتج أن f قابلة للاشتقاق عند $x=0$ وجد معادلة المماس T للمنحني (C) الممثل للدالة f عند النقطة التي فاصلتها 0

2.أ-تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي $x>0$: $f(x) = 2\dfrac{\ln x}{x} + \dfrac{1}{x}\ln\left(1+\dfrac{1}{x^2}\right)$

ب- استنتج $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

3.أ-بين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x>0$: $f'(x) = \dfrac{g(x)}{x^2}$

ب- استنتج تغيرات الدالة f

جـ- أنشئ T ثم (C)

التمرين الثالث

θ عدد حقيقي كيفي لتكن في $\mathbb{C}$ المعادلة $z^2-2(1+2\cos\theta)z+5+4\cos\theta=0$...........$E_{(\theta)}$

.I حل في $\mathbb{C}$ كل من المعادلتين $E_{\left(\frac{\pi}{6}\right)}$; $E_{\left(\frac{\pi}{2}\right)}$ بحيث تعطى لـ θ القيمتين $\frac{\pi}{6}$; $\frac{\pi}{2}$ على التوالي

.II في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس

تعطى النقط A ; B ; C ; D لواحقها على الترتيب

$z_A=1+2i$; $z_B=1+\sqrt{3}+i$; $z_C=1+\sqrt{3}-i$; $z_D=1-2i$

- علم النقط السابقة في المستوي ما طبيعة الرباعي $ABCD$
- أكتب على الشكل المثلثي كل من العددين المركبين $\frac{z_A-z_B}{z_D-z_B}$ و $\frac{z_A-z_C}{z_D-z_C}$ ثم استنتج طبيعة المثلثين ACD ; ABD
- استنتج أن هذه النقط تنتمي لدائرة (Γ) يطلب تعيين معادلتها
- حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $E_{(\theta)}$
- برهن أن النقط التي لواحقها حلول المعادلة $E_{(\theta)}$ تنتمي إلى الدائرة (Γ)

التمرين الرابع

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$

ليكن (P) المستوي ذو المعادلة $2x-y+5=0$ و (P') المستوي ذو المعادلة $3x+y-z=0$

1. أثبت أن (P) و (P') يتقاطعان وفق مستقيم (D) تمثيله الوسيطي هو $\alpha\in\mathbb{R}$ $\begin{cases}x=\alpha\\ y=2\alpha+5\\ z=5\alpha+5\end{cases}$
2. هل العبارات التالية صحيحة مع التعليل
   - **العبارة1**: المستقيم (D) يوازي المستوي ذو المعادلة $-5x+5y-z=0$

   ليكن (D') مستقيم من الفضاء تمثيله الوسيطي $\beta\in\mathbb{R}$ $\begin{cases}x=-3\beta\\ y=1+\beta\\ z=2+2\beta\end{cases}$

   - **العبارة2**: (D) و (D') من نفس المستوي

بالتوفيق أسرة المادة