

التمرين الأول : ﴿ 04 نقاط ﴾

في الفضاء منسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ نعتبر النقط :

$$D(0, \sqrt{3}, 0) , C(0, 4, 4) , B(3, -1, 2) , A(1, 2, 3)$$

(1)- بين أن النقط A, B, C تعين مستوي (P) في الفضاء

(2)- اكتب معادلة ديكارتية للمستوي

(3)- احسب المسافة بين النقطة D و المستوي (P)

(4)- عين (Γ) مجموعة النقط M من الفضاء و التي تحقق: $\|\overline{AM} - \overline{BM} - 2\overline{CM}\| = \frac{\sqrt{3}}{3} \|\overline{OD}\|$

(5)- اكتب معادلة ديكارتية ل (Γ) ثم تحقق من أن النقطة A تنتمي الى (Γ)

التمرين الثاني: ﴿ 03 نقاط ﴾ يوجد جواب واحد صحيح من بين الاقتراحات التالية عينه مع التبرير

(1)- نعتبر العدد المركب $z = 2i + i(3 - 7i)$

أ الجزء الحقيقي ل z هو 2 ب صورة العدد z هي النقطة $M(9; 3)$ ج مرافق z هو $\bar{z} = 2i - i(3 - 7i)$

(2)- نعتبر العدد المركب $z = -3(\cos \frac{\pi}{6} + i \sin \frac{\pi}{6})$

أ $\arg(z) = \frac{\pi}{6} + 2k\pi / k \in \mathbb{Z}$ ب $z = 3(\cos \frac{7\pi}{6} + i \sin \frac{7\pi}{6})$ ج عمدة للعدد z

(3)- $z = x + yi$ عدد مركب صورته النقطة $M(x; y)$ في المستوي المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس

مجموعة النقط M من المستوي حيث $z\bar{z} - 2z - 4 = 0$ هي:

أ مستقيم ب دائرة ج مجموعة خالية

التمرين الثالث: ﴿ 04 نقاط ﴾

(1)- حل المعادلة التفاضلية (E) التالية : $4y'' + 9y = 0 \dots\dots\dots (E)$

(2)- عين الحل ψ للمعادلة التفاضلية (E) الذي يحقق: $\psi(\frac{2\pi}{3}) = 1$ و $\psi(\frac{\pi}{6}) = 0$

(3)- باستخدام المبرهنة التالية: بين أن : $\psi(x) = \sqrt{2} \cos(x - \frac{3\pi}{4})$

مبرهنة: a و b عددان حقيقيان غير معدومين ، من أجل كل عدد حقيقي x فإن:

$$\sin \theta = \frac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}} \text{ و } \cos \theta = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} \text{ حيث: } a \cos x + b \sin x = \sqrt{a^2 + b^2} \cos(x - \theta)$$

(4)- حل في مجموعة الأعداد الحقيقية \mathbf{R} المعادلة ذات المجهول x التالية: $\psi(x) = 0$

التمرين الرابع: ﴿ 09 نقاط ﴾

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]-1, +\infty[$ المعرفة كمايلي: $f(x) = \frac{2x}{1+x} - \ln(1+x)$

ليكن (C) التمثيل البياني للدالة f في معلم متعامد (O, \vec{i}, \vec{j}) حيث $\|\vec{i}\| = 1cm$ و $\|\vec{j}\| = 2cm$

الجزء الاول

(1)- احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(2)- احسب $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$ [لاحظ انه يمكن كتابة $f(x)$ على الشكل $f(x) = \frac{1}{1+x} [2x - (1+x) \ln(1+x)]$]

استنتج ان المنحنى (C) يقبل مقارب (D) اكتب معادلة له

(3)- ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها

الجزء الثاني

(1)- اكتب معادلة للمماس (T) للمنحنى (C) في النقطة ذات الفاصلة 0

(2)- بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $[1, 5]$ ثم بين أن $\ln(1 + \alpha) = \frac{2\alpha}{1 + \alpha}$

(3)- عين حصرا للعدد α سعته 10^{-1}

(4)- عين إشارة f في المجال $[0, \alpha]$

(5)- احسب $f(5)$ ثم ارسم (T) و (C)

الجزء الثالث

لتكن الدالة F المعرفة على $]-1, +\infty[$ كمايلي : $F(x) = (-x - 3) \ln(1+x) + 3x$

(1) بين أن F هي دالة أصلية للدالة f علي المجال $]-1, +\infty[$

(2) - $A(\alpha)$ مساحة الحيز المحددة بالمنحنى (C) وحامل محور الفواصل والمستقيمين ذي المعادلتين

$x = \alpha$ و $x = 0$

احسب $A(\alpha)$ بالسنتمتر مربع وبدلالة α (α المعرف في السؤال 2 من الجزء الثاني)

(3)- بين أن $A(\alpha) = 2 \left(\frac{\alpha^2 - 3\alpha}{\alpha + 1} \right) cm^2$