

إختبار الفصل الثاني في مادة الرياضيات

التمرين الأول : (6 نقاط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$.

نعتبر النقاط $A(2;1;3)$ ، $B(-3;-1;7)$ و $C(3;2;4)$.

1/ بين أن النقاط A ، B و C ليست في استقامية.

2/ ليكن (D) مستقيم تمثيله الوسيطى :
$$\begin{cases} x = -7 + 2t \\ y = -3t \\ z = 4 + t \end{cases}$$
 حيث : $t \in \mathbb{R}$.

أ/ بين أن (D) عمودي على المستوي (ABC) .

ب/ عين معادلة ديكرتية لـ (ABC) .

3/ لتكن G نقطة تقاطع المستقيم (D) والمستوي (ABC) :

أ/ بين أن G مرجح الجملة $\{(A;-2); (B;-1); (C;2)\}$.

ب/ عبر عن الشعاع \overrightarrow{MG} بدلالة $-2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}$ ثم استنتج مجموعة النقط من الفضاء التي تحقق :

$$(-2\overrightarrow{MA} - \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}) \cdot (\overrightarrow{MB} - \overrightarrow{MC}) = 0$$

التمرين الثاني (07 نقاط)

1/ نعتبر $P(Z)$ كثير حدود للمتغير Z المعروف كما يلي: $P(Z) = Z^4 + 2Z^3 + 5Z^2 + 2Z + 4$

أ/ أحسب $P(i)$ و $P(-i)$ ، ثم بين أن: $P(Z) = (Z^2 + 1)(Z^2 + aZ + b)$ حيث a و b عدنان حقيقيان عينهما.

ب/ حل عندئذ المعادلة: $P(Z) = 0$.

2/ في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o; \vec{i}; \vec{j})$ لتكن النقاط A ، B ، C و D التي لواحقها على الترتيب:

$$Z_A = i, Z_B = \overline{Z_A}, Z_C = -1 + \sqrt{3}i, Z_D = \overline{Z_C} \text{ و لتكن النقطة } I \text{ منتصف } [CD].$$

أ/ ماطبيعة المثلث ABI .

ب/ ليكن الدوران R الذي مركزه I و زاويته $\frac{\pi}{2}$ ، والتحاكي H الذي يحول A إلى C و يحول B إلى D .

- عين العبارة المركبة لكل من R و H .

- أكتب العبارة المركبة للتحويل $HO R$ محددًا طبيعته.

التمرين الثالث: (7 نقاط)

$$\begin{cases} U_0 = -3 \\ U_{n+1} = \frac{9}{6-U_n} \end{cases} \quad \text{لتكن } (U_n) \text{ متتالية عددية معرفة على } \mathbb{Q} \text{ كما يلي:}$$

1/ برهن بالتراجع أن: $U_n < 3$ من أجل كل عدد طبيعي.

2/ أدرس اتجاه تغير (U_n) .

- استنتج تقارب المتتالية (U_n) .

3/ نضع: $V_n = \frac{1}{U_n - 3}$ من أجل كل عدد من \mathbb{Q} .

أ/ بين أن (V_n) حسابية عين أساسها وحدها الأول.

ب/ أكتب V_n بدلالة n ثم استنتج عبارة U_n بدلالة n .

ج/ أحسب نهاية U_n .

بالتوفيق وحظ سعيد

أستاذة المادة