

الامتحان الثاني لقسم السنة

السنة الدراسية: 09/08

المدة: 02 ساعة

المادة: رياضيات

يوم: 28-02-2009

نص التمارين

التمرين الأول :

التمرين الثاني:

الجزء الأول :

- نعرف الدالة g كما يلي : $g(x) = (ax+b)e^{-x} + c$ ، نرمز بـ g' الدالة المشتقة للدالة g .
1. أحسب $g'(x)$.
 2. يعطى جدول تغيرات الدالة g كما يلي :

x	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$
$g'(x)$		+		0	-
$g(x)$	$-\infty$	1	2	$e^{-2} + 2$	2

- بواسطة معطيات الجدول تحقق من أن : $a = 1$ ، $b = -1$ ، $c = 2$ ، أي تكون الدالة المعطاة معرفة كما يلي: $g(x) = (x-1)e^{-x} + 2$.
- أثبت أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا على المجال $[-1; 0]$ وليكن α .
- باستعمال الآلة الحاسبة أعط قيمة تقريبية لـ α (بتقريب 10^{-2}) .
- أدرس إشارة $g(x)$ من أجل x من \mathbb{R} .

الجزء الثاني:

لتكن الدالة f المعرفة على \mathbb{R} بـ: $f(x) = 2x + 1 - xe^{-x}$

1. أحسب نهاية الدالة f بجوار $+\infty$ (مع العلم أن : $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty$ عندما يؤول x الى $+\infty$) .
2. أحسب نهاية الدالة f بجوار $-\infty$.
3. لتكن f' الدالة المشتقة للدالة f .
 - أثبت أن : $f'(x) = g(x)$.
 - استنتج جدول تغيرات الدالة f مع التبرير وذلك من أجل كل x من \mathbb{R} .
4. في المعلم المتعامد والمتجانس $(0, i; j)$ نسمي (C) التمثيل البياني للدالة f ، و (D) المستقيم ذو المعادلة $y = 2x + 1$.
 - أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (2x + 1)]$ عندما يؤول x إلى $+\infty$.
 - أعط معنا هندسيا لهذه النتيجة .

- أدرس وضعية (C) بالنسبة إلى (D).
- أرسم كلا من (C) و (D) في نفس المعلم (O, \vec{i}, \vec{j}) .
- لتكن الدالة H المعرفة على \mathbb{R} بـ: $H(x) = -e^{-x}(x+1)$ ، والدالة h المعرفة على \mathbb{R} بـ: $h(x) = xe^{-x}$
- أثبت أن الدالة H دالة أصلية للدالة h على \mathbb{R} .
- أحسب مساحة الحيز (بعد أن تعينه على الرسم) المحصور بين المنحني (C) والمستقيم (D) والمستقيمان $x=0$ و $x=1$ ، ثم استنتج القيمة المتوسطة للدالة f على المجال $[0;1]$.