

التمرين الاول : (5 نقاط)

في الفضاء المنسوب الى معلم متعامد و متجانس (O, I, J, K). نعتبر النقط $C(3, -1, 2)$, $B(1, 2, 1)$, $A(1, 1, 0)$

(1- أ) اثبت ان النقط C, B, A تعين مستويا (ABC)

(ب) تحقق من ان المستوي (ABC) له معادلة ديكارتية هي : $2x + y - z - 3 = 0$

(2) ليكن المستويين (P) و (Q) اللذين معادلتيهما على الترتيب :

$$2x + 3y - 2z - 5 = 0 \quad \text{و} \quad x + 2y - z - 4 = 0$$

بين ان تقاطع المستويين (P) و (Q) هو مستقيم (D) ذي التمثيل الوسيطى :

$$\begin{cases} x = -2 + t \\ y = 3 \\ z = t \end{cases} \quad \text{حيث وسيط حقيقي}$$

(3) بين ان المستويات الثلاثة (ABC) و (P) و (Q) تتقاطع في نقطة واحدة N يطلب تعيين احداثياتها

(4) عين النقطة K المسقط العمودي للنقطة A على المستقيم (D) ثم استنتج بعد A عن المستقيم (D)

التمرين الثاني: (6 نقاط)

(1) نعتبر كثير الحدود $P(z)$ للمتغير المركب z حيث: $P(z) = z^3 - 3z^2 + 3z + 7$

(أ) بين انه اذا كان z_0 حلا للمعادلة $P(z) = 0$ فان \bar{z}_0 حلا لها ايضا (\bar{z}_0 مرافق z_0)

(ب) احسب $P(-1)$. ثم بين ان من اجل كل z من C :

$$P(z) = (z + 1)(z^2 + az + b) \quad \text{حيث } a \text{ و } b \text{ عدنان حقيقيان يطلب تعيينهما}$$

(ج) حل في C المعادلة $P(z) = 0$

(2) في المستوي المنسوب الى معلم متعامد و متجانس (O, I, J, K) نعتبر النقط C, B, A التي لواحقها

$$z_C = 2 - i\sqrt{3}, \quad z_B = 2 + i\sqrt{3}, \quad z_A = -1$$

(أ) احسب $|z_C - z_A|$, $|z_B - z_A|$. استنتج طبيعة المثلث ABC

(ب) عين G لاحقة G مرجح الجملة $\{(A, -1), (B, 2), (C, 2)\}$

(ج) احسب طولية وعمدة للعدد المركب $L = \frac{z_A - z_C}{z_G - z_C}$ ثم اكتب L على الشكل الاسي

(د) بين ان L^{2008} عددا حقيقيا موجبا

(هـ) استنتج طبيعة المثلث GAC

- 1) نعتبر الدالة g للمتغير الحقيقي x المعرفة على المجال $]0, +\infty[$ بالعلاقة $g(x) = x \ln x - x - 1$
- (أ) احسب نهايتي الدالة g عند 0 و $+\infty$
- (ب) ادرس اتجاه تغيرت الدالة g و شكل جدول تغيراتها
- (ج) بين ان للمعادلة $g(x) = 0$ حلا وحيدا α من المجال $]3.5, 3.6[$ ثم استنتج اشارة $g(x)$ على المجال $]0, +\infty[$
- 2) نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]0, +\infty[$ بالعلاقة $f(x) = 1 - \frac{\ln x}{x+1}$.
- (C) المنحنى البياني للدالة في معلم متعامد ومتجانس (O, I, J)
- (أ) احسب نهايتي الدالة f عند 0 و $+\infty$
- (ب) استنتج ان للمنحنى (C) مستقيمين مقاربين يطلب تعيين معادلتيهما
- (ج) ادرس وضعية (C) بالنسبة الى المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y = 1$
- (د) بين من اجل كل x من $]0, +\infty[$: $\bar{f}(x) = \frac{g(x)}{x(x+1)^2}$. ثم استنتج اتجاه تغيرات الدالة f و شكل جدول تغيراتها
- (هـ) بين ان $f(\alpha) = 1 - \frac{1}{\alpha}$. استنتج حصر العدد $f(\alpha)$
- 3) عين معدلة المماس (D) للمنحنى (C) عند النقطة ذات الفاصلة 1. انشئ المماس (D) و المنحنى (C)
- 4) نعتبر الدالة h المعرفة على $]0, +\infty[$ بالعلاقة $h(x) = f(e^x)$.
- (أ) احسب الدالة المشتقة $\bar{h}(x)$ ثم استنتج اتجاه تغيرات h و شكل جدول تغيراتها

مع تمنياتنا لكم بالتوفيق