المـــــــــؤسسة: ثانوية هواري بومدين — يـــــــــوم: 04 / 03 / 2013 م .

(اليشير) - ولاية بـــرج بوعريريج - . — الموافق لـ: 21 ر. الثاني 1434 هـ .

اختبار الثلاثي الثاني في الرياضيات

المستوى و الشعبة: الثالثة ثانوي " علوم تجريبية ". ***المدة***: ساعتان.

التمرين الأول: (08 ن)

f الدالة المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ كما يلي : $f(x)=ax+5+\dfrac{b}{x+1}+\ln(x+1)$ حيث a ، b ثابتان حقيقيان و (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

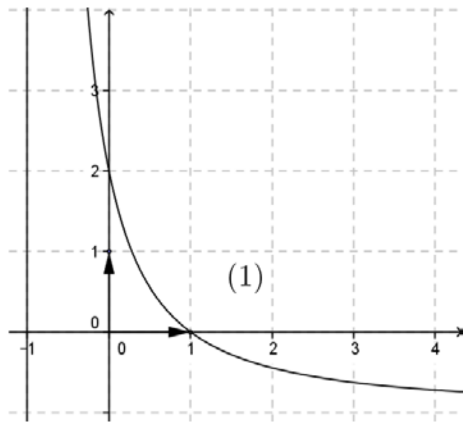
$A(1;3+\ln 2)$ ، $B(0;3)$ نقطتان من (C_f) . (Δ) هو المماس للمنحنى (C_f) عند النقطة A و (Δ') هو المماس للمنحنى (C_f) عند النقطة B .

1) بقراءة بيانية :

أ) احسب كلا من $f(0)$ ، $f'(0)$ ، $f(1)$ و $f'(1)$.

ب) - عين ؛ حسب قيم x ؛ إشارة $f'(x)$. (f' هي مشتقة الدالة f) . **-** شكل جدول تغيرات الدالة f .

ج) من بين المنحنيات (1) ، (2) و (3) عين ؛ مع التبرير ؛ المنحنى الممثل للدالة f' مشتقة الدالة f .



2) أ) بين أنه ؛ من أجل كل x من المجال $]-1;+\infty[$ ؛ يكون : $f(x)=-x+5-\frac{2}{x+1}+\ln(x+1)$.

ب) بين أن المستقيم الذي $x=-1$ معادلة له مستقيم مقارب للمنحنى (C_f) .

ج) بين أنه ؛ من أجل كل x من المجال $]-1;+\infty[$ ؛ يكون : $f'(x)=\frac{-x^2-x+2}{(x+1)^2}$.

د) استنتج ؛ حسب قيم x ؛ إشارة $f'(x)$.

3) ناقش ؛ بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي m ؛ عدد حلول المعادلة : $5-\frac{2}{x+1}=3x+m$ حيث x هو المجهول .

4) g الدالة المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي : $g(x)=-x+6-\frac{2}{x}+\ln(x)$ و (C_g) تمثيلها البياني في المعلم $(O;\vec{i};\vec{j})$.

– بين كيفية إنشاء (C_g) اعتمادا على (C_f) ثم أنشئه .

<u>التمرين الثاني</u>: (07 ن)

$(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ معلم متعامد و متجانس للفضاء .

$A(1;-1;3)$ ، $B(0;3;1)$ ، $C(6;-7;-1)$ ، $D(2;1;3)$ و $E(4;-6;2)$ نقط من الفضاء .

1) بين أن النقط A ، B و D تعين مستويا .

2) بين أن المستقيم (EC) يعامد المستوى (ABD) .

3) اكتب معادلة ديكارتية للمستوى (ABD) .

4) عين تمثيلا وسيطيا للمستقيم (EC) .

5) أوجد إحداثيات النقطة F نقطة تقاطع (EC) و (ABD) .

6) تحقق من أن E هي مرجح الجملة : $\{(A;2),(B;-1),(C;1)\}$.

7) (Γ) مجموعة النقط M من الفضاء حيث : $\left\|2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|=2\sqrt{21}$.

أ- تعرف ؛ **هندسيا** ؛ على المجموعة (Γ) .

ب- عين تقاطع (Γ) و المستوى (ABD) و عناصره المميزة .

<u>التمرين الثالث</u>: (05 ن)

$(O;\vec{u};\vec{v})$ معلم متعامد و متجانس للمستوى المركب . (i هو العدد المركب الذي يحقق : $i^2=-1$) .

A ، B ، C و D هي النقط من المستوى المركب و التي لواحقها ؛ على الترتيب ؛ Z_A ، Z_B ، Z_C و Z_D

حيث : $Z_A=8$ ، $Z_B=8i$ ، $Z_C=Z_Ae^{i\frac{\pi}{3}}$ و $Z_D=Z_Be^{i\frac{2\pi}{3}}$.

1) اكتب كلا من Z_A ، Z_B على الشكل المثلثي .

2) أعط الطويلة و عمدة لكل من Z_C و Z_D ثم اكتب كلا منهما على الشكل الجبري .

3) بين أن النقط A ، B ، C و D تنتمي إلى دائرة (Γ) يطلب تعيين مركزها و نصف قطرها .

4) ارسم الدائرة (Γ) ثم علم النقط A ، B ، C و D .

5) Z_1 ، Z_2 ، Z_3 و Z_4 لواحق الأشعة $\overrightarrow{AC}$ ، $\overrightarrow{BD}$ ، $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{DC}$ على الترتيب .

أ- بين أن : $Z_2=\sqrt{3}Z_1$.

ب- احسب كلا من : $|Z_3|$ ، $|Z_4|$.

ج- استنتج طبيعة الرباعي $ABCD$.

التصحيح باختصار و سلم التنقيط (اختبار الثلاثي الثاني [2013/2012]- رياضيات - 3ع. تجريبية)

التصحيح باختصار	العلامة

التمرين الأول: (08 ن)

1) أ) $f(0)=3$. $f'(0)=\frac{3-1}{0-(-1)}$ أي : — **0.25 + 0.50 + 0.25 + 0.25**

$f'(0)=2$. $f(1)=3+\ln 2$. $f'(1)=0$.

ب) - إشارة $f'(x)$ في الجدول التالي :

x	-1	1	$+\infty$
$f'(x)$	‖ +	0	-

0.50

- جدول تغيرات الدالة f هو التالي :

x	-1	1	$+\infty$
$f'(x)$	‖ +	0	-
$f'(x)$	‖ $-\infty$ ↗	$3+\ln 2$	↘ $-\infty$

0.50

ج) اعتمادا على إشارة f' نستنتج أن منحنى f' أعلى حامل محور الفواصل على المجال $]-1;1[$ و يقطعه في النقطة ذات الفاصلة 1 و أسفله على المجال $]1;+\infty[$ إذن : المنحنى الممثل للدالة f' هو المنحنى رقم (1) . — **0.50**

2) أ) لدينا: $f(1)=3+\ln 2$ معناه: $a+5+\frac{b}{2}+\ln 2=3+\ln 2$ أي: $a+\frac{b}{2}=-2$.

و لدينا: $f(0)=3$ معناه: $5+b=3$ أي: $b=-2$

و منه: $a=-1$. — **01**

و أخيرا: من أجل كل x من $]-1;+\infty[$ ؛ يكون :

$f(x)=-x+5-\frac{2}{x+1}+\ln(x+1)$.

ب) $\lim\limits_{\substack{x\to-1\\>}}(-x+5)=6$ و $\lim\limits_{\substack{x\to-1\\>}}\left(-\frac{2}{x+1}\right)=-\infty$

و $\lim\limits_{\substack{x\to-1\\>}}\left[\ln(x+1)\right]=-\infty$ إذن: — **0.50**

و منه: $\lim\limits_{\substack{x\to-1\\>}} f(x)=-\infty$ المستقيم الذي $x=-1$ معادلة له مستقيم مقارب للمنحنى (C_f) .

ج) $\lim\limits_{x\to+\infty}(-x+5)=-\infty$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(-\frac{2}{x+1}\right)=0$

و $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[\ln(x+1)\right]=+\infty$ إذن: — **0.25**

نهاية f عند $+\infty$ حالة عدم التعيين .

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}(x+1)\left[\frac{-x+5}{x+1}-\frac{2}{(x+1)^2}+\frac{\ln(x+1)}{x+1}\right]$

أي: $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$. — **0.50**

د) من أجل كل x من $]-1;+\infty[$ ؛ فإن :

أي: $f'(x)=-1+\frac{2}{(x+1)^2}+\frac{1}{x+1}$ أي: $f'(x)=\frac{-x^2-x+2}{(x+1)^2}$. — **0.50**

هـ) إشارة $f'(x)$ من إشارة $\left(-x^2-x+2\right)$ على المجال $]-1;+\infty[$. لكثير الحدود $\left(-x^2-x+2\right)$ جذران متمايزان هما: 1 و (-2) . ومنه: جدول الإشارة التالي: — **0.50**

x	-1	1	$+\infty$
$\left(-x^2-x+2\right)$	‖ +	0	-
$f'(x)$	‖ +	0	-

0.25

3) (1) ... $5-\frac{2}{x+1}+\ln(x+1)=3x+m$ تكافئ $f(x)=2x+m$ إذن: حل المعادلة (1) يعني إيجاد فواصل نقط تقاطع المنحنى (C_f) و المستقيم الذي $y=2x+m$ معادلة له وهو مستقيم يوازي المماس (Δ') و منه:

- إذا كان: $m\in]-\infty;3[$ فإن المعادلة (1) تقبل حلين من إشارتين مختلفتين . — **0.25 X 4**
- إذا كان: $m=3$ فإن المعادلة (1) تقبل حلا مضاعفا هو 0.
- إذا كان: $m\in]3;+\infty[$ فإن المعادلة (1) لا تقبل أي حل.

4) من أجل كل x من المجال $]0;+\infty[$ فإن : $g(x)=f(x-1)$ أي: و منه: (C_g) هو صورة (C_f) بالانسحاب الذي شعاعه $\vec{i}$. — **0.25**

0.50

التمرين الثاني: (07 ن)

1) لدينا: $\overrightarrow{AB}(3;3;3)$ ، $\overrightarrow{AC}(3;0;-3)$. — **0.50**

نلاحظ أن: $3=1\times3$ لكن: $3\neq1\times0$ إذن: $\overrightarrow{AB}$ ، $\overrightarrow{AC}$ غير مرتبطين خطيا و منه: النقط A ، B و C ليست في استقامية و بالتالي فهي تعين مستويا هو (ABC) . — **0.50**

2) لدينا: $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}=0$. إذن: المثلث ABC قائم في A . — **0.50**

3) أ- $\overrightarrow{AD}(-3;6;-3)$.

لدينا: $\overrightarrow{AD}.\overrightarrow{AB}=0$ و لدينا: $\overrightarrow{AD}.\overrightarrow{AC}=0$ — **0.50**

إذن: $\overrightarrow{AD}$ عمودي على كل من الشعاعين $\overrightarrow{AB}$ ، $\overrightarrow{AC}$ و هما غير مرتبطين خطيا من المستوى (ABC) إذن: — **0.50**

$\overrightarrow{AD}$ عمودي على المستوى (ABC) و منه:

(AD) عمودي على المستوى (ABC).

التصحيح باختصار	العلامة	التصحيح باختصار	العلامة

ب- (AD) عمودي على المستوى (ABC). إذن: A هي المسقط العمودي للنقطة D على (ABC)

و منه: المسافة بين النقطة D و المستوى (ABC) هي : DA حيث: $\boxed{DA=3\sqrt{6}}$. **0.50**

ج- حجم رباعي الوجوه $ABCD$ هو V حيث: $V=\frac{1}{3}S.h$ مع: S مساحة القاعدة ABC و h ارتفاع رباعي الوجوه $ABCD$. **0.25**

لدينا: $S=\frac{AB\times AC}{2}$ أي: $S=\frac{9\sqrt{6}}{2}$ و $h=DA$ أي: $h=3\sqrt{6}$. و أخيرا: $\boxed{V=27u.v}$. **0.50**

د- لدينا: $\overrightarrow{DB}\begin{pmatrix}6\\-3\\6\end{pmatrix}$ و $\overrightarrow{DC}\begin{pmatrix}6\\-6\\0\end{pmatrix}$

إذن: $\boxed{\overrightarrow{DB}.\overrightarrow{DC}=54}$. **0.50**

و لدينا: $\overrightarrow{DB}.\overrightarrow{DC}=DB\times DC\times\cos\left(\overrightarrow{DB};\overrightarrow{DC}\right)$

أي: $\overrightarrow{DB}.\overrightarrow{DC}=9\times6\sqrt{2}\times\cos\left(\overrightarrow{DB};\overrightarrow{DC}\right)$

أي: $\boxed{\overrightarrow{DB}.\overrightarrow{DC}=54\sqrt{2}\times\cos\left(\overrightarrow{DB};\overrightarrow{DC}\right)}$ **0.75**

إذن: $54\sqrt{2}\times\cos\left(\overrightarrow{DB};\overrightarrow{DC}\right)=54$

و منه: $\boxed{\cos\left(\overrightarrow{DB};\overrightarrow{DC}\right)=\frac{1}{\sqrt{2}}}$.

و أخيرا: قيس الزاوية $\widehat{BDC}$ هو $\frac{\pi}{4}$ راديان . **0.25**

4) إحداثيات النقطة E هي : $(x_E;y_E;z_E)$ حيث:

$$\begin{cases}x_E=\frac{3+6+6}{3}\\ y_E=\frac{-2+1-2}{3}\\ z_E=\frac{2+5-1}{3}\end{cases}$$

أي: $\boxed{\begin{cases}x_E=5\\ y_E=-1\\ z_E=2\end{cases}}$. **0.50**

5) أ- $\left(\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right)\left(\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MD}\right)=0$

تكافئ: $3\overrightarrow{ME}.\overrightarrow{DA}=0$ أي: $\overrightarrow{ME}.\overrightarrow{DA}=0$

أي: $\boxed{\overrightarrow{EM}.\overrightarrow{AD}=0}$. **0.50**

و منه: (Γ) هي المستوى الذي يشمل النقطة E و يعامد $\overrightarrow{AD}$ أي: هي المستوى (ABC). **0.25**

ب- $\overrightarrow{EM}.\overrightarrow{AD}=0$ تكافئ: $\boxed{x-2y+z-9=0}$ و هي معادلة المستوى (ABC) . **0.50**

<u>التمرين الثالث</u>: (05.00 ن)

1) أ) نضع: $P(Z)=Z^2+2Z+4$.

لدينا: $P\left(-1+i\sqrt{3}\right)=0$ **0.50**

إذن : العدد المركب $-1+i\sqrt{3}$ حل للمعادلة (1) .

ب) الحل الثاني لهذه المعادلة هو $\overline{-1+i\sqrt{3}}$ أي هو: $\boxed{-1-i\sqrt{3}}$. **0.25**

2) أ) - لدينا: $|Z_A|=2$ و $\arg(Z_A)=\pi$ **0.50**

إذن: $\boxed{Z_A=2e^{i\pi}}$. و هو شكل أسي للعدد Z_A .

لدينا: $|Z_B|=2$ و $\arg(Z_B)=\frac{2\pi}{3}$ **0.75**

إذن: $\boxed{Z_B=2e^{i\frac{2\pi}{3}}}$. و هو شكل أسي للعدد Z_B .

- لدينا: $Z_C=\overline{Z_B}$ إذن: $\boxed{Z_C=2e^{-i\frac{2\pi}{3}}}$. و هو شكل أسي للعدد Z_C . **0.25**

ب) لدينا: $|Z_A|=|Z_B|=|Z_C|=2$ أي: $\boxed{OA=OB=OC=2}$ إذن: النقط A ، B و C تنتمي إلى الدائرة التي مركزها O و نصف قطرها 2 . **0.50**

أي: الدائرة المحيطة بالمثلث ABC هي الدائرة التي مركزها O و نصف قطرها 2 .

ج) **0.75**

3) أ) لدينا: $Z_A=\frac{Z_C+Z_D}{2}$ و منه: **0.50**

$Z_D=2Z_A-Z_C$ أي: $\boxed{Z_D=-3+i\sqrt{3}}$.

ب) $\left(\overrightarrow{BD};\overrightarrow{BC}\right)=\arg\left(\frac{Z_C-Z_B}{Z_D-Z_B}\right)$

أي : $\left(\overrightarrow{BD};\overrightarrow{BC}\right)=\arg\left(\sqrt{3}i\right)$

أي: $\boxed{\left(\overrightarrow{BD};\overrightarrow{BC}\right)=\frac{\pi}{2}}$. **0.75**

ج) لدينا: $\left(\overrightarrow{BD};\overrightarrow{BC}\right)=\frac{\pi}{2}$

أي: $\boxed{(BC)\perp(BD)}$. و منه: المثلث BCD قائم في النقطة B . **0.25**

2) أ) بين أنه ؛ من أجل كل x من المجال $]-1;+\infty[$ ؛ يكون : $f(x)=-x+5-\frac{2}{x+1}+\ln(x+1)$.
ب) بين أن المستقيم الذي $x=-1$ معادلة له مستقيم مقارب للمنحنى (C_f) . ج) احسب نهاية الدالة f عند $+\infty$.
د) بين أنه ؛ من أجل كل x من المجال $]-1;+\infty[$ ؛ يكون : $f'(x)=\frac{-x^2-x+2}{(x+1)^2}$.
هـ) استنتج ؛ حسب قيم x ؛ إشارة $f'(x)$.
3) ناقش ؛ بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي m ؛ عدد و إشارة حلول المعادلة : $5-\frac{2}{x+1}+\ln(x+1)=3x+m$
حيث x هو المجهول .
4) g الدالة المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي : $g(x)=-x+6-\frac{2}{x}+\ln(x)$ و (C_g) تمثيلها البياني في المعلم $(O;\vec{i};\vec{j})$.
– بين كيفية إنشاء (C_g) اعتمادا على (C_f) ثم أنشئه .

التمرين الثاني: (07 ن)

- $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ معلم متعامد و متجانس للفضاء .

$A(3;-2;2)$ ، $B(6;1;5)$ ، $C(6;-2;-1)$ و $D(0;4;-1)$ نقط من الفضاء .
1) بين أن (ABC) مستوى . 2) بين أن المثلث ABC قائم .
3) أ) أثبت أن المستقيم (AD) عمودي على المستوى (ABC) .
ب) استنتج المسافة بين النقطة D و المستوى (ABC) .
ج) احسب حجم رباعي الوجوه $ABCD$.
د) أثبت أن قيس الزاوية $\widehat{BDC}$ هو $\frac{\pi}{4}$ راديان .
4) عين إحداثيات النقطة E مركز ثقل المثلث ABC .
5) (Γ) مجموعة النقط M من الفضاء حيث : $\left(\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right).\left(\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MD}\right)=0$.
أ- بين ؛ **هندسيا** ؛ أن المجموعة (Γ) هي المستوى (ABC) . ب- اكتب معادلة ديكارتية للمستوى (ABC) .

التمرين الثالث: (05 ن)

- $(O;\vec{u};\vec{v})$ معلم متعامد و متجانس للمستوى المركب . (i هو العدد المركب الذي يحقق : $i^2=-1$) .

A ، B و C هي النقط من المستوى المركب و التي لواحقها ؛ على الترتيب ؛ Z_A ، Z_B و Z_C حيث :
$Z_A=3i$ ، $Z_B=-3i$ و $Z_C=2-3i$.
1) احسب كلا من $|Z_A-Z_B|$ ، $|Z_A-Z_C|$ و $|Z_B-Z_C|$ ثم استنتج طبيعة المثلث ABC .
2) عين Z_D لاحقة مركز الدائرة المحيطة بالمثلث ABC .
3) النقطة G هي مرجح الجملة : $\{(A;1),(B;2),(C;-2)\}$.
أ- عين لاحقة النقطة G .
ب- عين (E_1) مجموعة النقط M من المستوى المركب حيث : $MA^2+2MB^2-2MC^2=26$.
ج- عين (E_2) مجموعة النقط M من المستوى المركب حيث : $\left\|\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}-2\overrightarrow{MC}\right\|=\left\|\overrightarrow{MA}\right\|$.

2) أ) بين أنه ؛ من أجل كل x من المجال $]-1;+\infty[$ ؛ يكون : $f(x)=-x+5-\frac{2}{x+1}+\ln(x+1)$.

ب) بين أن المستقيم الذي $x=-1$ معادلة له مستقيم مقارب للمنحنى (C_f) . **ج)** احسب نهاية الدالة f عند $+\infty$.

د) بين أنه ؛ من أجل كل x من المجال $]-1;+\infty[$ ؛ يكون : $f'(x)=\frac{-x^2-x+2}{(x+1)^2}$.

هـ) استنتج ؛ حسب قيم x ؛ إشارة $f'(x)$.

3) ناقش ؛ بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي m ؛ عدد و إشارة حلول المعادلة : $5-\frac{2}{x+1}+\ln(x+1)=3x+m$
حيث x هو المجهول .

4) g الدالة المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي : $g(x)=-x+6-\frac{2}{x}+\ln(x)$ و (C_g) تمثيلها البياني في المعلم $(O;\vec{i};\vec{j})$. – بين كيفية إنشاء (C_g) اعتمادا على (C_f) ثم أنشئه .

التمرين الثاني: (07 ن)

- $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ معلم متعامد و متجانس للفضاء .

$A(3;-2;2)$ ، $B(6;1;5)$ ، $C(6;-2;-1)$ و $D(0;4;-1)$ نقط من الفضاء .

1) بين أن (ABC) مستوى . **2)** بين أن المثلث ABC قائم .

3) أ) أثبت أن المستقيم (AD) عمودي على المستوى (ABC) .

ب) استنتج المسافة بين النقطة D و المستوى (ABC) . **ج)** احسب حجم رباعي الوجوه $ABCD$.

د) أثبت أن قيس الزاوية $\widehat{BDC}$ هو $\frac{\pi}{4}$ راديان .

4) عين إحداثيات النقطة E مركز ثقل المثلث ABC .

5) (Γ) مجموعة النقط M من الفضاء حيث : $(\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}).(\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MD})=0$.

أ- بين ؛ **هندسيا** ؛ أن المجموعة (Γ) هي المستوى (ABC) . **ب-** اكتب معادلة ديكارتية للمستوى (ABC) .

التمرين الثالث: (05 ن)

1) المعادلة (1) معادلة ؛ في المجموعة $\mathbb{C}$ ؛ ذات المجهول المركب Z : $Z^2+2Z+4=0 \quad ...(1)$.

أ) دون حل المعادلة (1) ؛ تحقق من أن العدد المركب $-1+i\sqrt{3}$ حل لها . **ب)** استنتج الحل الثاني لهذه المعادلة .

2) $(O;\vec{u};\vec{v})$ معلم متعامد و متجانس للمستوى المركب .

A ، B و C هي النقط من المستوى المركب و التي لواحقها ؛ على الترتيب ؛ Z_A ، Z_B و Z_C حيث :

$Z_A=-2$ ، $Z_B=-1+i\sqrt{3}$ و $Z_C=-1-i\sqrt{3}$. (i هو العدد المركب الذي يحقق : $i^2=-1$)

أ) عين الشكل الأسي لكل من Z_A ، Z_B . استنتج الشكل الأسي للعدد المركب Z_C .

ب) استنتج مركز و نصف قطر الدائرة المحيطة بالمثلث ABC . **ج)** علم النقط A ، B و C في المعلم المعطى .

د) عين Z_D لاحقة النقطة D نظيرة النقطة C بالنسبة إلى النقطة A .

هـ) عين قيسا للزاوية الموجهة $(\overrightarrow{BD};\overrightarrow{BC})$. **و)** استنتج طبيعة المثلث BCD .