

إختبار الثلاثي الثاني في مادة الرياضيات

التمرين الأول:

أجب بـ صحيح أو خطأ مع التعليل:

1. دالة معرفة كما يأتي: $f(x) = x + 1 + 2[\ln x - \ln(x-1)]$

• دالة معرفة على $[1; +\infty)$.

• $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$.

• منحني f يقبل المستقيم ذو المعادلة $y = x + 1$ كمستقيم مقارب مائل بجوار $+\infty$.

2. دالة معرفة على $[0; +\infty)$ كما يأتي: $f(x) = x + \frac{2 \ln x}{x}$

• f قابلة للاشتاقاق على $(0; +\infty)$ و إشارة f' هي عكس إشارة f .

• على $[0; +\infty)$ إشارة g' هي من نفس إشارة $-x^2$.

• على $[0; +\infty)$ الدالة g تقبل قيمة حدية عظمى تساوى 3.

• الدالة f متناقصة تماما على $[0; +\infty)$.

التمرين الثاني:

(U_n) متالية هندسية حدودها موجبة تماما معرفة على \mathbb{N} حيث: $U_3 = 24$ و $U_5 = 96$.

1. اكتب عبارة U_n بدالة n .

2. احسب بدالة n المجموع: $S_n = U_0 + U_1 + \dots + U_n$.

3. عين قيمة n التي يكون من أجلها المجموع: $S_n = 381$.

4. نضع: $P_n = U_1 \times U_2 \times \dots \times U_n$. احسب P_n بدالة n .

التمرين الثالث:

$$\begin{cases} x^2 + 2y = 16 \\ \ln\left(\frac{x}{y}\right) = -\ln(3) \end{cases}$$

عين كل الثنائيات $(x; y)$ من الأعداد الحقيقية التي تحقق:

التمرين الرابع:

أ) نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $[0; +\infty)$ كما يأتي: $f(x) = \frac{1}{x} - \ln x$ و ليكن (C) تمثيلها البياني

في معلم متعامد متجانس $(O; I, J)$.

1. عين نهايتي الدالة f عند 0 و عند $+\infty$.

2. ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

3. بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل في المجال $[0; +\infty)$ حلا وحيدا α ثم تحقق أن $2 < \alpha < 1$.

4. ليكن (Δ) مماس المنحني (C) عند النقطة التي فاصلتها 1 .
- * عين معادلة للمماس (Δ) و أكتبها على الشكل: $y = ax + b$
- * أدرس اتجاه تغير الدالة g المعرفة على $[0; +\infty]$ بـ $g(x) = f(x) - (ax + b)$
- * استنتج وضعية المنحني (C) بالنسبة إلى المماس (Δ) .
5. ارسم كلا من المماس (Δ) و المنحني (C) .
6. بين أن الدالة: $x \rightarrow x \ln(x) - x + k$ هي دالة أصلية لدالة $x \rightarrow \ln(x)$ على $[0; +\infty]$.
7. احسب بدالة α ، $A(\alpha)$ مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحني (C) ، محور الفواصل و المستقيمين اللذين معادلتاهما $x = 1$ و $x = \alpha$. ثم بين أن: $x = u.a$
- $$A(\alpha) = \frac{(\alpha - 1)^2}{\alpha}$$